数学ターミナル　線型代数の発想

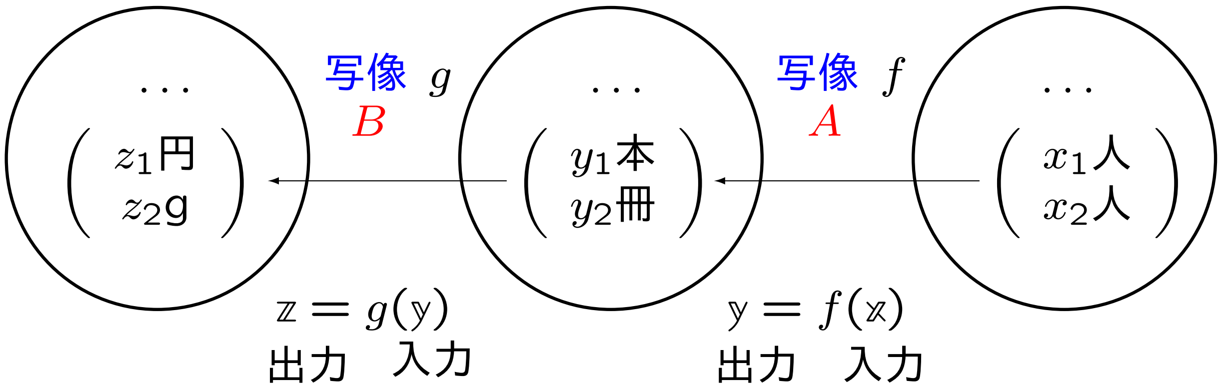
ダイジェスト版　**6**

$\boxed{\text{前回の復習}}$

★ 本書 p.42 例題 1.2（改題）

値域（出力の集合 Z）　定義域（入力の集合 Y）

値域（出力の集合 Y）　定義域（入力の集合 X）



１クラス，２クラスの人数の組

ペンの本数，ノートの冊数の組

価格，質量の組

比例 $\mathbb{z} = B\mathbb{y}$.

比例 $\mathbb{y} = A\mathbb{x}$.

複比例 $\mathbb{z} = BA\mathbb{x}$.

A，B はマトリックス量，

BA はマトリックス量の乗法を表す．

表１ 単価と単位量あたりの質量

ペン	ノート
10 円/本	20 円/冊
1 g/本	10 g/冊

表２ 一人あたりの本数と冊数

１クラス	２クラス
2 本/人	3 本/人
5 冊/人	4 冊/人

$$\mathbb{y} = {\color{red}A}\mathbb{x}. \qquad \begin{pmatrix} 2\ \text{本}/\text{人} & 3\text{本}/\text{人} \\ 5\ \text{冊}/\text{人} & 4\ \text{冊}/\text{人} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2\text{人} \\ 3\text{人} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 13\text{本} \\ 22\text{冊} \end{pmatrix}.$$

$$\mathbb{z} = {\color{red}B}\mathbb{y}. \qquad \begin{pmatrix} 10\ \text{円}/\text{本} & 20\text{円}/\text{冊} \\ 1\ \text{g}/\text{本} & 10\ \text{g}/\text{冊} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 13\text{本} \\ 22\text{冊} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 570\text{円} \\ 233\ \text{g} \end{pmatrix}.$$

まとめると

$$\mathbb{z} = {\color{red}BA}\mathbb{x}$$

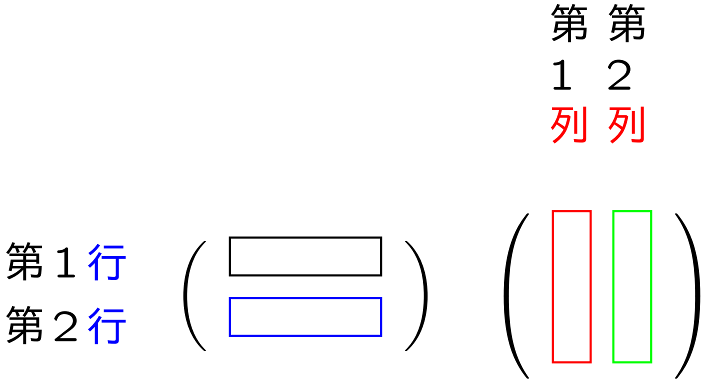
と表せる.

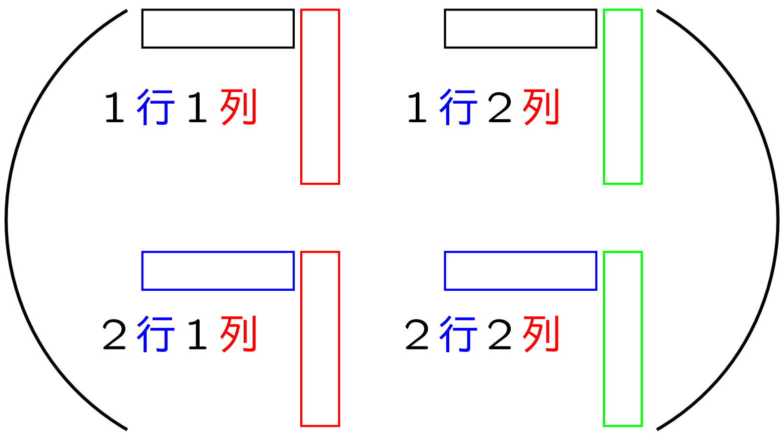
★ 本書 p.44

Q ${\color{red}BA}$ を求めて, 左から $\mathbb{x}$ に掛けることはできないでしょうか?

マトリックス量の乗法

★ 本書 p.31 [注意 3], p.44





左側のマトリックス量をヨコベクトル量の並び，
右側のマトリックス量をタテベクトル量の並びと見て
スカラー積（ヨコベクトル量 $\times$ タテベクトル量）
を計算して並べる．

$\boxed{\textbf{問題 1}}$ $\begin{pmatrix} 10\ 円/本 & 20円/冊 \\ 1\ \mathrm{g}/本 & 10\ \mathrm{g}/冊 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2\ 本/人 & 3本/人 \\ 5\ 冊/人 & 4\ 冊/人 \end{pmatrix}$ ◀ BA

を計算してください.

★ 30秒間 考えてわからなかったら，つぎのページを見よ.

$\boxed{\text{解}}$

$$\begin{pmatrix} \boxed{10\ \text{円}/\text{本} \quad 20\ \text{円}/\text{冊}} \\ \\ \boxed{1\ \text{g}/\text{本} \quad 10\ \text{g}/\text{冊}} \end{pmatrix},\quad \begin{pmatrix} \boxed{\begin{matrix} 2\text{本}/\text{人} \\ 5\text{冊}/\text{人} \end{matrix}} & \boxed{\begin{matrix} 3\text{本}/\text{人} \\ 4\text{冊}/\text{人} \end{matrix}} \end{pmatrix}$$

のように，左側をヨコベクトル量の並び，右側をタテベクトル量の並びと見て

$$\left(\boxed{10\ \text{円}/\text{本} \quad 20\ \text{円}/\text{冊}}\right) \text{と} \left(\boxed{\begin{matrix} 2\text{本}/\text{人} \\ 5\text{冊}/\text{人} \end{matrix}}\right) \text{とのスカラー積}$$

$$10\ \text{円}/\text{本} \times 2\text{本}/\text{人} + 20\text{円}/\text{冊} \times 5\text{冊}/\text{人},$$

$$\left(\boxed{1\ \text{g}/\text{本} \quad 10\ \text{g}/\text{冊}}\right) \text{と} \left(\boxed{\begin{matrix} 2\text{本}/\text{人} \\ 5\text{冊}/\text{人} \end{matrix}}\right) \text{とのスカラー積}$$

$$1\ \text{g}/\text{本} \times 2\text{本}/\text{人} + 10\ \text{g}/\text{冊} \times 5\text{冊}/\text{人},$$

$$\left(\boxed{10\ \text{円}/\text{本} \quad 20\ \text{円}/\text{冊}}\right) \text{ と } \left(\boxed{\begin{matrix} 3\,\text{本}/\text{人} \\ 4\,\text{冊}/\text{人} \end{matrix}}\right) \text{ とのスカラー積}$$

$$10\ \text{円}/\text{本} \times 3\,\text{本}/\text{人} + 20\,\text{円}/\text{冊} \times 4\,\text{冊}/\text{人},$$

$$\left(\boxed{1\ \text{g}/\text{本} \quad 10\ \text{g}/\text{冊}}\right) \text{ と } \left(\boxed{\begin{matrix} 3\,\text{本}/\text{人} \\ 4\,\text{冊}/\text{人} \end{matrix}}\right) \text{ とのスカラー積}$$

$$1\ \text{g}/\text{本} \times 3\,\text{本}/\text{人} + 10\ \text{g}/\text{冊} \times 4\,\text{冊}/\text{人}$$

を計算して,これらの量を並べたマトリックス量をつくる. ★ 本書 p.44

$$BA = \begin{pmatrix} 120\ \text{円}/\text{人} & 110\,\text{円}/\text{人} \\ 52\ \text{g}/\text{人} & 43\ \text{g}/\text{人} \end{pmatrix}.$$

問題2 $\begin{pmatrix} 120\ \text{円}/\text{人} & 110\,\text{円}/\text{人} \\ 52\ \text{g}/\text{人} & 43\ \text{g}/\text{人} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2\,\text{人} \\ 3\,\text{人} \end{pmatrix}$ を計算してください.

★ $\mathbb{z} = B\mathbb{y}$ と比べよ.

$\boxed{\text{解}}$ 右辺は

$$\begin{pmatrix} \boxed{120\ \text{円}/\text{人} \quad 110\ \text{円}/\text{人}} \\ \\ \boxed{52\ \text{g}/\text{人} \quad 43\ \text{g}/\text{人}} \end{pmatrix}$$

のようにヨコベクトル量の並びと見て

$$\left(\boxed{120\ \text{円}/\text{本} \quad 110\ \text{円}/\text{人}}\right) \text{と} \left(\boxed{\begin{matrix} 2\,\text{人} \\ 3\,\text{人} \end{matrix}}\right) \text{とのスカラー積}$$

$$120\ \text{円}/\text{人} \times 2\,\text{人} + 110\,\text{円}/\text{人} \times 3\,\text{人},$$

$$\left(\boxed{52\ \text{g}/\text{人} \quad 43\ \text{g}/\text{人}}\right) \text{と} \left(\boxed{\begin{matrix} 2\,\text{人} \\ 3\,\text{人} \end{matrix}}\right) \text{とのスカラー積}$$

$$52\ \text{g}/\text{人} \times 2\,\text{人} + 43\ \text{g}/\text{人} \times 3\,\text{人}$$

を計算して，これらの量を第１行，第２行に並べたタテベクトル量をつくる． ★ 本書 p.32

$$\begin{pmatrix} 120\ \text{円}/\text{人} & 110\,\text{円}/\text{人} \\ 52\ \text{g}/\text{人} & 43\ \text{g}/\text{人} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2\,\text{人} \\ 3\,\text{人} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 570\,\text{円} \\ 233\ \text{g} \end{pmatrix}.$$

◀ $\mathbb{z} = B\mathbb{y}$ と一致．

注意

表３ 単価と単位量あたりの質量

ペン	ノート	消しゴム
10 円/本	20 円/冊	80 円/個
1 g/本	10 g/冊	19 g/個

$$\begin{pmatrix} 10\ \text{円}/\text{本} & 20\text{円}/\text{冊} & 80\text{円}/\text{個} \\ 1\ \text{g}/\text{本} & 10\ \text{g}/\text{冊} & 19\ \text{g}/\text{個} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 13\text{本} \\ 22\text{冊} \end{pmatrix}$$

の乗法を計算できるでしょうか **?**

$$\begin{pmatrix} \boxed{10\ \text{円}/\text{本}\quad 20\ \text{円}/\text{冊}\quad 80\ \text{円}/\text{個}} \\ \\ \boxed{1\ \text{g}/\text{本}\quad 10\ \text{g}/\text{冊}\quad 19\ \text{g}/\text{個}} \end{pmatrix}$$

のようにヨコベクトル量の並びと見ますが，消しゴムの個数がわからないから

$$\left(\boxed{10\ \text{円}/\text{本}\quad 20\ \text{円}/\text{冊}\quad 80\ \text{円}/\text{個}}\right) \text{と} \left(\boxed{\begin{array}{c}13\,\text{本}\\22\,\text{冊}\end{array}}\right) \text{とのスカラー積}$$

$$10\ \text{円}/\text{本} \times 13\,\text{本} + 20\,\text{円}/\text{冊} \times 22\,\text{冊} + 80\ \text{円}/\text{個}\ \times\ ?\ \text{個},$$

$$\left(\boxed{1\ \text{g}/\text{本}\quad 10\ \text{g}/\text{冊}\quad 19\ \text{g}/\text{個}}\right)\ \text{と}\ \left(\boxed{\begin{array}{c}13\,\text{本}\\22\,\text{冊}\end{array}}\right)\ \text{とのスカラー積}$$

$$1\ \text{g}/\text{本} \times 13\,\text{本} + 10\ \text{g}/\text{冊} \times 22\,\text{冊} + 19\ \text{g}/\text{個}\ \times\ ?\ \text{個}$$

を計算することができません．

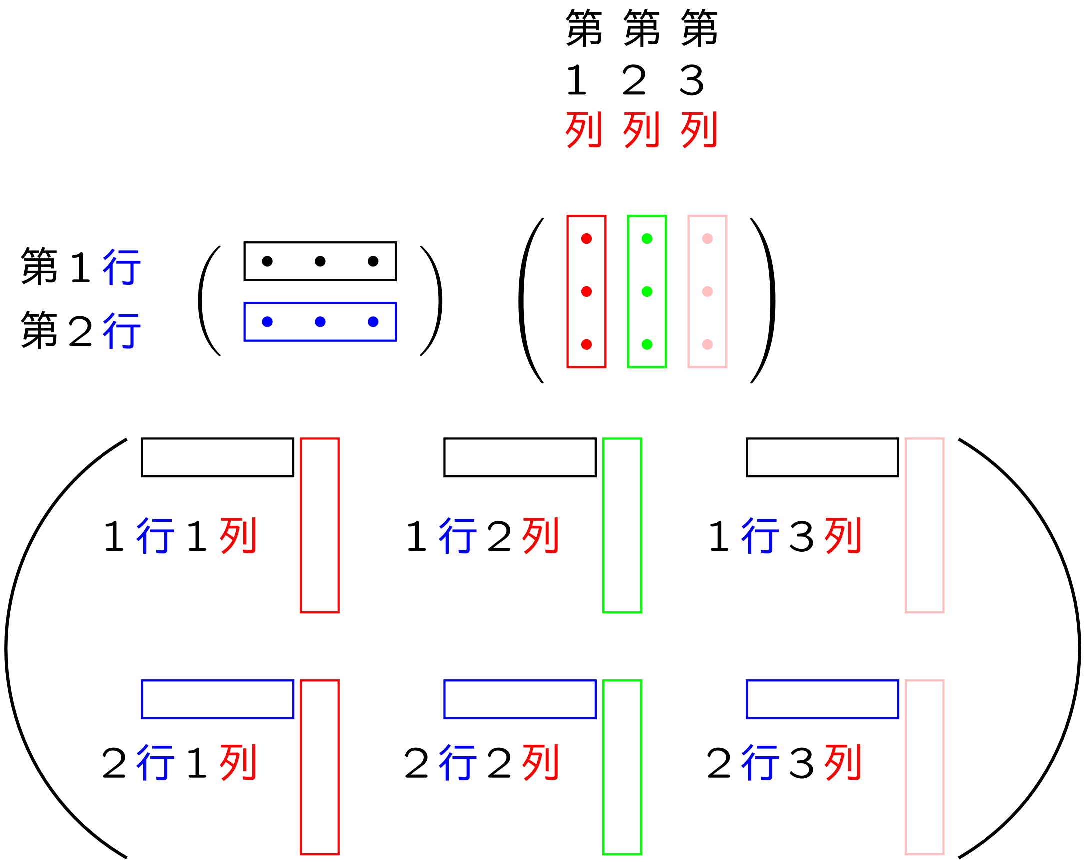
$$\boxed{10\ \text{円}/\text{本}\quad 20\ \text{円}/\text{冊}\quad 80\ \text{円}/\text{個}} \quad \boxed{\begin{array}{c}13\,\text{本}\\22\,\text{冊}\end{array}}$$

成分　3個　$\longleftarrow$ 不一致 $\longrightarrow$ 2個　　★ 本書 p.32，p.36 問 1.4

問題３　２×３マトリックス（2行３列）と３×３マトリックス（3行３列）との乗法の積の型（何行何列）を答えてください．

★ 30秒間 考えてわからなかったら，つぎのページを見よ．

$\boxed{\text{解}}$ 左側のマトリックス量をヨコベクトル量の並び,右側のマトリックス量をタテベクトル量の並びと見て,スカラー積(ヨコベクトル量×タテベクトル量)を計算して並べる.



★ 本書 p.48

2×3 一致 3×3

2×3

$\boxed{\text{問題 4}}$ $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 3 & 4 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}$ のとき，AB と BA とを計算してください．

★ 5分間 計算してから，つぎのページを見よ．

$\boxed{\text{解}}$

$$
\begin{aligned}
AB &= \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 3 & 4 \\ 5 & 2 \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} 3 \times 1 + 2 \times 3 + 1 \times 5 & 3 \times 6 + 2 \times 4 + 1 \times 2 \\ 1 \times 1 + 2 \times 3 + 3 \times 5 & 1 \times 6 + 2 \times 4 + 3 \times 2 \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} 14 & 28 \\ 22 & 20 \end{pmatrix}.
\end{aligned}
$$

$$
\begin{tikzcd}
2 \times 3 \arrow[dr] & \text{一致} & 3 \times 2 \arrow[dl] \\
& 2 \times 2 &
\end{tikzcd}
$$

$$
\begin{aligned}
BA &= \begin{pmatrix} \boxed{1 \quad 6} \\ \boxed{3 \quad 4} \\ \boxed{5 \quad 2} \end{pmatrix}
\begin{pmatrix} \boxed{\begin{matrix} 3 \\ 1 \end{matrix}} & \boxed{\begin{matrix} 2 \\ 2 \end{matrix}} & \boxed{\begin{matrix} 1 \\ 3 \end{matrix}} \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix}
1 \times 3 + 6 \times 1 & 1 \times 2 + 6 \times 2 & 1 \times 1 + 6 \times 3 \\
3 \times 3 + 4 \times 1 & 3 \times 2 + 4 \times 2 & 3 \times 1 + 4 \times 3 \\
5 \times 3 + 2 \times 1 & 5 \times 2 + 2 \times 2 & 5 \times 1 + 2 \times 3
\end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} 9 & 14 & 19 \\ 13 & 14 & 15 \\ 17 & 14 & 11 \end{pmatrix}.
\end{aligned}
$$

$$
\begin{tikzcd}
3 \times 2 \arrow[dr] & \text{一致} & 2 \times 3 \arrow[dl] \\
& 3 \times 3 &
\end{tikzcd}
$$

$\boxed{\text{重要}}$ $\boxed{AB \neq BA}$ （非可換）

正方マトリックス　(行の個数 $=$ 列の個数)　★ 本書 p.44

例　単位マトリックス　記号　I または E

$$
\begin{array}{cccc}
1 \times 1 & 2 \times 2 & 3 \times 3 & n \times n \\
(1) & \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 \end{pmatrix}
\end{array}
$$

乗法が定義できるマトリックス A との間で

$$AI = IA = A.$$

零マトリックス　（すべての成分が 0）　記号　O オウ　$\boxed{\text{重要}}$　本書 p.44 問 1.7

$$
\begin{array}{ccc}
1 \times 1 & 2 \times 2 & 3 \times 2 \\
(0) & \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}
\end{array}
$$

$\boxed{\text{自習}}$ $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 6 \\ 5 & 4 & 3 \end{pmatrix}$ のとき

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 6 \\ 5 & 4 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 6 \\ 5 & 4 & 3 \end{pmatrix}, \qquad \blacktriangleleft\ AI = A.$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 6 \\ 5 & 4 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 6 \\ 5 & 4 & 3 \end{pmatrix}, \qquad \blacktriangleleft\ IA = A.$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 6 \\ 5 & 4 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \qquad \blacktriangleleft\ AO = O.$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 6 \\ 5 & 4 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad \blacktriangleleft\ OA = O.$$

を確かめてください．

マトリックスの成分の表し方

例　$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$ 行番号　列番号

マトリックス 大文字　　成分 小文字　　a_{21} の読み方「エー・ニ・イチ」

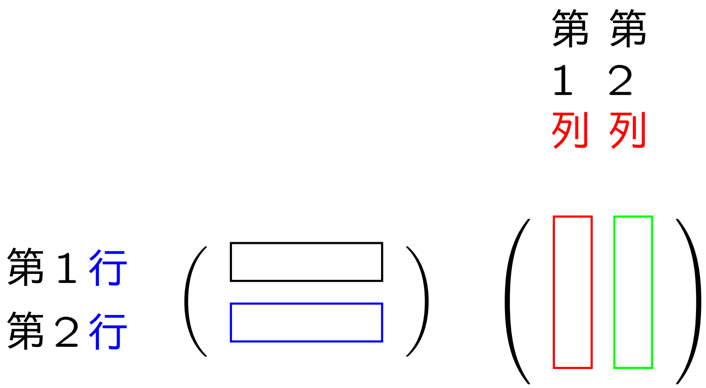
$$C = AB.$$

$$\begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix}.$$

問題5　c_{12} を求めて，和の記号 $\sum$ で表してください．

★ ３分間 計算してから，つぎのページを見よ．

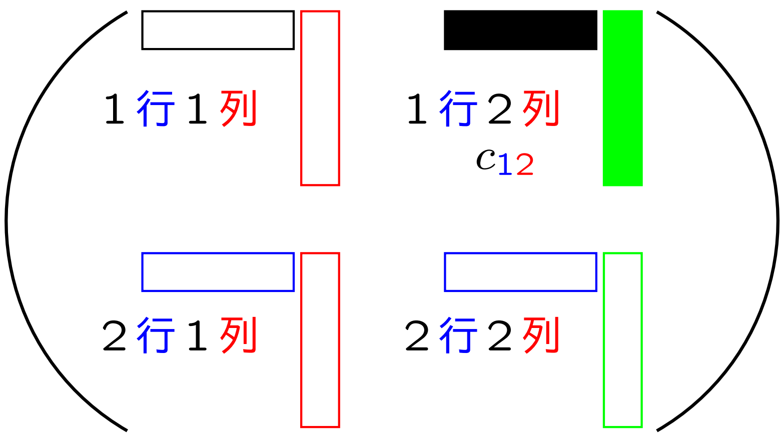
$\boxed{解}$ ★ 本書 pp.45 – 46



$$
\begin{aligned}
c_{12} &= a_{11}b_{12} + a_{12}b_{22} \\
&= \sum_{k=1}^{2} a_{1k}b_{k2}.
\end{aligned}
$$

番号，回数は i, j, k, ℓ, m, n で表す．

★ 本書 p.4



左側のマトリックスをヨコベクトルの並び，

右側のマトリックスをタテベクトルの並びと見て

スカラー積（ヨコベクトル × タテベクトル）

を計算して並べる．

$$C = AB.$$

$$\begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix}.$$

★ 本書 p.44

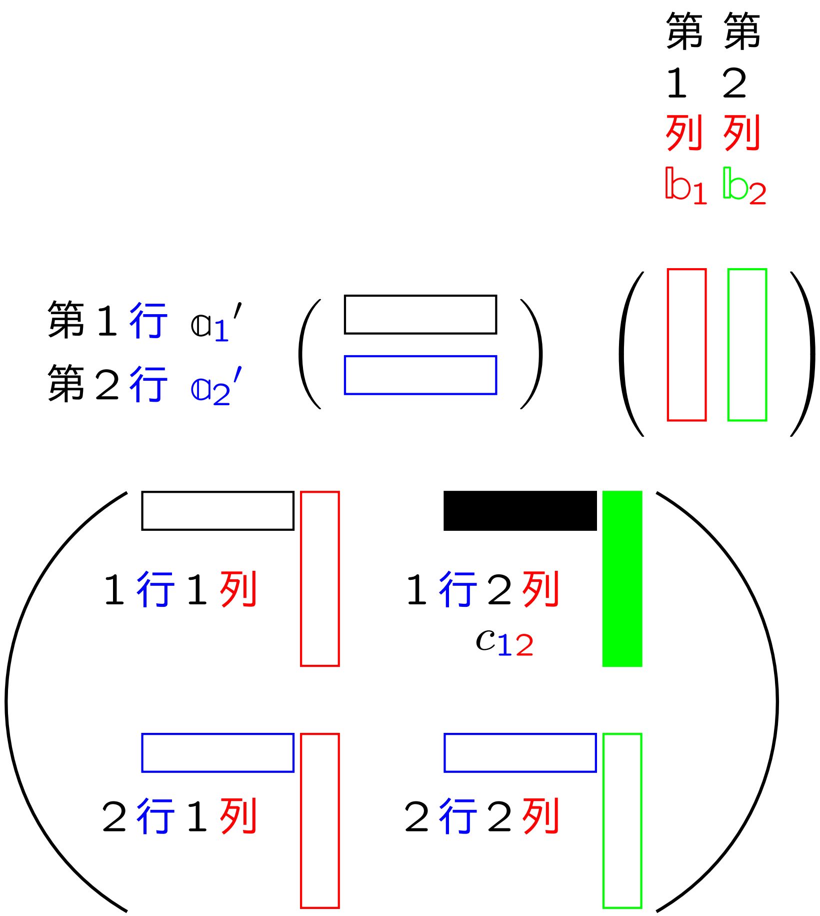
$$\mathbb{a}_1{}' = (a_{11} \ \ a_{12}),\ \mathbb{a}_2{}' = (a_{21} \ \ a_{22}),\ \mathbb{b}_1 = \begin{pmatrix} b_{11} \\ b_{21} \end{pmatrix},\ \mathbb{b}_2 = \begin{pmatrix} b_{12} \\ b_{22} \end{pmatrix}$$

とおきます．

問題6 c_{12} をヨコベクトルとタテベクトルの記号で表してください．

★ 3分間 考えてわからなかったら，つぎのページを見よ．

$\boxed{\text{解}}$



$$c_{12} = \mathbb{a}_1{}'\mathbb{b}_2.$$

左側のマトリックス量をヨコベクトル量の並び，

右側のマトリックス量をタテベクトル量の並びと見て

スカラー積（ヨコベクトル量 $\times$ タテベクトル量）

を計算して並べる．

$\boxed{\text{マトリックスの加法・スカラー倍}}$ ★ 本書 p.44 例題 1.3（改題）

例

$$\begin{pmatrix} 2\ \text{本}/\text{人} & 3\ \text{本}/\text{人} \\ 5\ \text{冊}/\text{人} & 4\ \text{冊}/\text{人} \end{pmatrix} + \underbrace{\begin{pmatrix} 1\ \text{本}/\text{人} & (-1)\text{本}/\text{人} \\ (-2)\ \text{冊}/\text{人} & 3\ \text{冊}/\text{人} \end{pmatrix}}_{\text{増減}} = \begin{pmatrix} 3\ \text{本}/\text{人} & 2\text{本}/\text{人} \\ 3\ \text{冊}/\text{人} & 7\ \text{冊}/\text{人} \end{pmatrix}.$$

成分どうしの和

例

$$2\begin{pmatrix} 2\ \text{本}/\text{人} & 3\ \text{本}/\text{人} \\ 5\ \text{冊}/\text{人} & 4\ \text{冊}/\text{人} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2\times 2\ \text{本}/\text{人} & 2\times 3\ \text{本}/\text{人} \\ 2\times 5\ \text{冊}/\text{人} & 2\times 4\ \text{冊}/\text{人} \end{pmatrix}.$$

各成分のスカラー倍

注意

$$2\begin{pmatrix} 2\ 本/人 & 3\ 本/人 \\ 5\ 冊/人 & 4\ 冊/人 \end{pmatrix}$$

ヨコベクトル　タテベクトルの並び

$$\left(\boxed{2}\right)\left(\boxed{\begin{matrix} 2\ 本/人 \\ 5\ 冊/人 \end{matrix}}\quad\boxed{\begin{matrix} 3\ 本/人 \\ 4\ 冊/人 \end{matrix}}\right)$$

$$= \left(2\times 2\ 本/人 + ?\times 5\ 冊/人 \quad 2\times 3\ 本/人 + ?\times 4\ 冊/人\right)$$

1×1　　2×2

不一致

$$数値\ \times\ 本/人 + 数値\ \times\ 冊/人$$

のように異なる量の加法も成り立たない.　★ 本書 p.17 例題0.15

$$2\begin{pmatrix} 2\ \text{本}/\text{人} & 3\ \text{本}/\text{人} \\ 5\ \text{冊}/\text{人} & 4\ \text{冊}/\text{人} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2\times 2\ \text{本}/\text{人} & 2\times 3\ \text{本}/\text{人} \\ 2\times 5\ \text{冊}/\text{人} & 2\times 4\ \text{冊}/\text{人} \end{pmatrix}$$

の左辺は

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2\ \text{本}/\text{人} & 3\ \text{本}/\text{人} \\ 5\ \text{冊}/\text{人} & 4\ \text{冊}/\text{人} \end{pmatrix}$$

の略記とみなします.

問題7 $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2\ \text{本}/\text{人} & 3\ \text{本}/\text{人} \\ 5\ \text{冊}/\text{人} & 4\ \text{冊}/\text{人} \end{pmatrix}$ を計算してください.

$\boxed{\text{解}}$

ヨコベクトルの並び　タテベクトルの並び

$$
\begin{pmatrix} \boxed{2 \quad 0} \\ \boxed{0 \quad 2} \end{pmatrix}
\left(\boxed{\begin{matrix} 2\ \text{本}/\text{人} \\ 5\ \text{冊}/\text{人} \end{matrix}} \quad \boxed{\begin{matrix} 3\ \text{本}/\text{人} \\ 4\ \text{冊}/\text{人} \end{matrix}} \right)
$$

$$
= \begin{pmatrix} 2 \times 2\ \text{本}/\text{人} + 0 \times 5\ \text{冊}/\text{人} & 2 \times 3\ \text{本}/\text{人} + 0 \times 4\ \text{冊}/\text{人} \\ 0 \times 2\ \text{本}/\text{人} + 2 \times 5\ \text{冊}/\text{人} & 0 \times 3\ \text{本}/\text{人} + 2 \times 4\ \text{冊}/\text{人} \end{pmatrix}
$$

$$
= \begin{pmatrix} 2 \times 2\ \text{本}/\text{人} & 2 \times 3\ \text{本}/\text{人} \\ 2 \times 5\ \text{冊}/\text{人} & 2 \times 4\ \text{冊}/\text{人} \end{pmatrix}.
$$

各成分をスカラー倍するので, $\begin{pmatrix} c & 0 \\ 0 & c \end{pmatrix}$ をスカラーマトリックスといいます.

この例では $c = 2$. 単位マトリックスでは $c = 1$.

★ 本書 p.47

$\boxed{\text{次回のための予習}}$

連立１次方程式の解法 —— Gauss – Jordan の消去法　本書 1.4 節