

微積分前期期末試験 No.1

問1. 次の証明の空欄を埋めよ。

(1) 定理 X を上に有界な実数の集合とする。 $a = \sup X$ とすると、

a に収束する X の数列 $\{x_n\}$ がある。

(証明) n を自然数とする。 a は上限であるから、 a 未満の $a - \frac{1}{n}$ は上界でない。

よって $a - \frac{1}{n} < x_n \leq a$ となる $x_n \in X$ がある。

$\boxed{A}\epsilon > 0$ に対し、 $\frac{1}{\epsilon} < N$ となる N を選ぶと、 $\boxed{B} > N \Rightarrow |x_n - \boxed{C}| = \boxed{C} - x_n < \frac{1}{n} < \boxed{D}$ □

(2) 定理 有界な数列 $\{x_n\}$ には集積点 a がある。

(証明) 有界より、 $\boxed{A}a_1, \boxed{A}b_1, \boxed{B}n \in \mathbf{N}; a_1 \leq x_n \leq b_1$ である。

$c_1 = \frac{a_1 + b_1}{2}, n_1 = 1$ とする。

そこで、増加数列 $\{a_i\}$ 、減少数列 $\{b_i\}$ 、増加数列 $\{n_i\}$ 、 $c_i = \frac{a_i + b_i}{2}$ を、

$a_i < b_i, x_n \in [a_i, b_i]$ となる n が無限個ある、 $b_i - a_i = \frac{b_1 - a_1}{2^{i-1}}, x_{n_i} \in [a_i, b_i]$

を満たすように、順に、次のように選ぶ。 i まで上のように選んであるとする。

$x_n \in [a_i, c_i]$ となる \boxed{C} が無限個あるならば、

その中で n_1, \dots, n_i よりも大きい物を n_{i+1} とし、 $a_{i+1} = \boxed{D}_i, b_{i+1} = c_i$ とする。

そうでないならば、 $x_n \in [c_i, b_i]$ となる \boxed{C} が無限個あるから、

同様に十分大きい n_{i+1} を選び、 $a_{i+1} = c_i, b_{i+1} = \boxed{E}_i$ とする。

以上の a_i, b_i, n_i が条件を満たすことは明らかである。

$\{a_i\}$ は上に有界な増加数列であり、 $\{b_i\}$ は下に有界な減少数列であるから、どちらも収束する。

$a = \lim_{i \rightarrow \infty} a_i, b = \lim_{i \rightarrow \infty} b_i$ とすると、 $\lim_{i \rightarrow \infty} (b_i - a_i) = \lim_{i \rightarrow \infty} \frac{b_1 - a_1}{2^{i-1}} = 0$ から、 $b = \boxed{F}$ である。

$a_i \leq x_{n_i} \leq b_i$ と挟み撃ちの原理により、 $\lim_{i \rightarrow \infty} x_{n_i} = \boxed{F}$ □

(3) 定理 関数 $y = f(x)$ が区間 $[a, b]$ で連続で、

$f(a) > 0, f(b) < 0$ ならば、 $\exists c \in (a, b); f(c) = 0$

(証明) $X = \{x \in [a, b]; f(x) > 0\}$ とする。 $a \in X$ より $X \neq \emptyset$ であり、

上に有界であるから、上限 $c = \sup X$ がある。

1) $f(c) > 0$ とする。 $0 < \epsilon < f(c)$ となる ϵ がある。

c での連続の定義で、 ϵ に対応する δ を取る。

$c < x < c + \boxed{A}$ となる x に対し、 $|x - c| = x - c < \boxed{A}$ だから、

$|f(x) - f(c)| < \boxed{B}, 0 < f(c) - \boxed{B} < f(x) < f(c) + \boxed{B}$

よって、 $\boxed{C} \in X$ であり、 c が X の上限である事に矛盾する。

2) $f(c) < 0$ とする。 $0 < \epsilon < -f(c)$ となる $\epsilon > 0$ がある。

c での連続の定義で、 ϵ に対応する δ を取る。

すると、 $c - \boxed{D} < x < c$ ならば、 $|x - c| = c - x < \boxed{D}$ だから、

$$|f(x) - f(c)| < \boxed{E}, f(c) - \boxed{E} < f(x) < f(c) + \boxed{E} < 0$$

一方、 c は上限であるから、 $c - \boxed{D} < x \leq c$ となる $\boxed{F} \in X$ がある。

ここで、 $c \notin X$ より $c - \boxed{D} < x < c$ である。

$\boxed{F} \in X$ は $f(x) > 0$ を意味し、上の $f(x) < 0$ と矛盾する。

3) $f(c) > 0, f(c) < 0$ どちらでも矛盾するから $f(c) = \boxed{G}$ □

(4) 定理 関数 $y = f(x)$ が区間 $[a, b]$ で連続ならば、最小値 $f(c), c \in [a, b]$ がある。

(証明) $F = \{f(x) | x \in [a, b]\}$ とする。

1) もし、 F が、下に有界でないならば、 $\boxed{A}n \in \mathbf{N}, \exists x_n \in [a, b]; f(x_n) < -n$

集積点定理により、部分数列 $\{x_{n_i}\}$ があり、 $\lim_{i \rightarrow \infty} x_{n_i} = d \in [a, b]$

連続より、 $\lim_{i \rightarrow \infty} f(x_{n_i}) = f(\boxed{B})$ である。

だが、 x_{n_i} の定義より $\lim_{i \rightarrow \infty} f(x_{n_i}) = -\boxed{C}$ であり矛盾する。

よって、 F は下に有界。

2) $F \neq \emptyset$ だから、下限 m がある。

その時、 F の数列 $\{f(x_n)\}$ で m に収束するものがある。

集積点定理より、収束する部分数列 $\{x_{n_i}\}$ がある。その収束値を c とする。

連続より、 $f(\boxed{D}) = f\left(\lim_{i \rightarrow \infty} x_{n_i}\right) = \lim_{i \rightarrow \infty} f(x_{n_i}) = \boxed{E}$ だから $m \in F$ である。

よって、 \boxed{F} は F の最小値である。 □

(5) 定理 二つの関数 $y = f(x), y = g(x)$ が区間 $[a, b]$ で連続、 (a, b) で微分可能であり、

(a, b) で $g'(x) \neq 0$ ならば、 $\exists c \in (a, b); \frac{f(b) - f(a)}{g(b) - g(a)} = \frac{f'(c)}{g'(c)}$ である。

(証明) 1) もし、 $g(b) - g(a) = \boxed{A}$ であるならば、

ロールの定理により、 $g'(c) = \boxed{A}$ となる $c \in (a, b)$ がある。

これは、仮定と矛盾するから、 $g(b) - g(a) \neq \boxed{A}$

2) $F(x) = f(x)\{g(b) - g(a)\} - \{f(b) - f(a)\}g(x)$ と置くと、

$$F(b) = -f(\boxed{B})g(\boxed{C}) + f(\boxed{C})g(\boxed{B}) = F(a),$$

$$F'(x) = f'(\boxed{D})\{g(b) - g(a)\} - \{f(b) - f(a)\}g'(\boxed{D})$$

より、ロールの定理から、

$$\exists c \in (a, b); F'(c) = f'(\boxed{E})\{g(b) - g(a)\} - \{f(b) - f(a)\}g'(\boxed{E}) = \boxed{A}$$

よって、 $\{f(b) - f(a)\}g'(\boxed{E}) = f'(\boxed{E})\{g(b) - g(a)\}$

これから定理は明らかである。 □

微積分前期期末試験 No.2

(6) 定理 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ を正項級数とし、極限值 $a = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_n}$ があるとする。

もし、 $a < 1$ ならば、この正項級数は収束する。

(証明) 1) $\exists r > 0; 0 \leq a < r < 1$ である。 $\epsilon = r - a$ とすると、

$$\boxed{A}N; n > N \Rightarrow |\sqrt[n]{a_n} - a| < \boxed{B}$$

よって、 $a - \boxed{B} < \sqrt[n]{a_n} < a + \boxed{B} = \boxed{C}$ より、 $n > N \Rightarrow 0 < a_n < \boxed{C}^n$ である。

2) $\sum_{n=1}^k r^n = r \frac{1-r^k}{1-r}$ と $0 < r < 1$ より $\sum_{n=1}^{\infty} r^n$ は収束する。

また、正項級数は、数列としては増加数列であるから、

部分和が上に有界になる事が収束するための必要十分条件である。

例えば、 $\sum_{n=1}^{\infty} r^n$ は、 $\sum_{n=1}^k r^n = r \frac{1-r^k}{1-r} < \frac{\boxed{D}}{1-\boxed{D}}$ より、部分和は上に有界になる。

次に、 $n > N$ で $a_n < \boxed{C}^n$ であるから、級数 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ の部分和は

$$\sum_{n=1}^k a_n = \sum_{n=1}^N a_n + \sum_{n=N+1}^k a_n \leq \sum_{n=1}^N a_n + \sum_{n=N+1}^k \boxed{C}^n \leq \sum_{n=1}^N a_n + \frac{\boxed{E}}{1-\boxed{E}}$$

だから、上に有界になる。よって、収束する。 \square

問2. 次の空欄を埋めよ。

(1) $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a$ の定義: $\boxed{A}\epsilon > 0, \boxed{B}N; n > N \Rightarrow |a_n - a| < \boxed{C}$

(2) 上限 $a = \sup X$ の定義: $(\boxed{A}x \in X; x \boxed{B} a) \wedge \{(\boxed{A}x \in X; x \boxed{B} b) \Rightarrow a \boxed{C} b\}$

問3. 次の集合 X の下限 $a = \inf X$ および上限 $b = \sup X$ を求めよ。

$$X = \left\{ \frac{n+1}{n} \mid n \in \mathbf{N} \right\}$$

問4. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+1}{n+1} = 2$ の次の証明の空欄を埋めよ。

(証明) $\forall \epsilon > 0$ に対し、 $\frac{\boxed{A}}{\epsilon} - \boxed{B} < N$ となるように N を取る。すると、

$$n > N \text{ ならば、} \frac{\boxed{A}}{n + \boxed{B}} < \epsilon \text{ より、} \left| \frac{2n+1}{n+1} - \boxed{C} \right| < \epsilon \quad \square$$

問5. 次のべき級数の収束半径 R を求めよ。

$$(1) \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{n}{n+1} \right)^n x^n$$

$$(2) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{3n}{2^n + 1} x^n$$

問6. $f(x) = e^{2x}$ のマクローリン展開の3次項 $\frac{\boxed{B}}{\boxed{A}} x^3$ の係数を求めよ。

問 7. 次の微分を計算し、空欄を 1, 2, 3, 4, 5, sin, cos, log で埋めよ。

なお、解答欄の s は sin, c は cos, ℓ は log を表す。

$$(1) \frac{d}{dx} \left(\sqrt[3]{\cos x} \right) = - \frac{\boxed{A} x}{3 \sqrt[3]{\boxed{B} x} \boxed{C}}$$

$$(2) \left(e^{2x} \sin 3x \right)' = e^{2x} (\boxed{A} \sin 3x + \boxed{B} \boxed{C} 3x)$$

$$(3) \frac{d}{dx} \left(e^{x^2} \log |x^3 + 2| \right) = \frac{ \left\{ (\boxed{A} x^4 + \boxed{B} x) \boxed{C} |x^3 + 2| + \boxed{D} x^2 \right\} e^{x^2} }{(x^3 + 2)}$$

$$(4) \left(\frac{\text{Tan}^{-1} \frac{x}{2}}{\sin x^3} \right)' = \frac{ \boxed{A} \sin x^3 - (\boxed{B} x^4 + 12x^2) \text{Tan}^{-1} \frac{x}{2} \boxed{C} x^3 }{(x^2 + 4) \sin \boxed{D} x^3}$$

$$(5) \frac{d}{dx} \left(\frac{\text{Sin}^{-1} \frac{x}{3}}{\log |9 - x^2|} \right) = \frac{ \sqrt{(\boxed{A}^2 - x^2) \boxed{B} |9 - x^2| + \boxed{C} x \text{Sin}^{-1} \frac{x}{3}} }{(9 - x^2)(\log |9 - x^2|) \boxed{D}}$$

学籍番号

氏名

--

(5)

前期試験

学籍番号

--	--	--	--	--	--	--

氏名

--

0	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
1	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ①
2	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ②
3	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ③
4	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ④
5	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑤
6	<input type="radio"/> ⑥	<input type="radio"/> ⑥	<input type="radio"/> ⑥	<input type="radio"/> ⑥	<input type="radio"/> ⑥	<input type="radio"/> ⑥	<input type="radio"/> ⑥
7	<input type="radio"/> ⑦	<input type="radio"/> ⑦	<input type="radio"/> ⑦	<input type="radio"/> ⑦	<input type="radio"/> ⑦	<input type="radio"/> ⑦	<input type="radio"/> ⑦
8	<input type="radio"/> ⑧	<input type="radio"/> ⑧	<input type="radio"/> ⑧	<input type="radio"/> ⑧	<input type="radio"/> ⑧	<input type="radio"/> ⑧	<input type="radio"/> ⑧
9	<input type="radio"/> ⑨	<input type="radio"/> ⑨	<input type="radio"/> ⑨	<input type="radio"/> ⑨	<input type="radio"/> ⑨	<input type="radio"/> ⑨	<input type="radio"/> ⑨

問1(1)

A	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> \exists	<input type="radio"/> ϵ	<input type="radio"/> δ	<input type="radio"/> n	<input type="radio"/> m	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> b
B	<input type="radio"/> \forall	<input type="radio"/> \exists	<input type="radio"/> ϵ	<input type="radio"/> δ	<input checked="" type="radio"/> n	<input type="radio"/> m	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> b
C	<input type="radio"/> \forall	<input type="radio"/> \exists	<input type="radio"/> ϵ	<input type="radio"/> δ	<input type="radio"/> n	<input type="radio"/> m	<input checked="" type="radio"/> a	<input type="radio"/> b
D	<input type="radio"/> \forall	<input type="radio"/> \exists	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> δ	<input type="radio"/> n	<input type="radio"/> m	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> b
(2) A	<input type="radio"/> \forall	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ϵ	<input type="radio"/> δ	<input type="radio"/> n	<input type="radio"/> m	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> b
B	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> \exists	<input type="radio"/> ϵ	<input type="radio"/> δ	<input type="radio"/> n	<input type="radio"/> m	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> b
C	<input type="radio"/> \forall	<input type="radio"/> \exists	<input type="radio"/> ϵ	<input type="radio"/> δ	<input checked="" type="radio"/> n	<input type="radio"/> m	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> b
D	<input type="radio"/> \forall	<input type="radio"/> \exists	<input type="radio"/> ϵ	<input type="radio"/> δ	<input type="radio"/> n	<input type="radio"/> m	<input checked="" type="radio"/> a	<input type="radio"/> b
E	<input type="radio"/> \forall	<input type="radio"/> \exists	<input type="radio"/> ϵ	<input type="radio"/> δ	<input type="radio"/> n	<input type="radio"/> m	<input type="radio"/> a	<input checked="" type="radio"/>
F	<input type="radio"/> \forall	<input type="radio"/> \exists	<input type="radio"/> ϵ	<input type="radio"/> δ	<input type="radio"/> n	<input type="radio"/> m	<input checked="" type="radio"/> a	<input type="radio"/> b
(3) A	<input type="radio"/> ϵ	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> x	<input type="radio"/> 0	<input type="radio"/> $<$	<input type="radio"/> $>$
B	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> δ	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> x	<input type="radio"/> 0	<input type="radio"/> $<$	<input type="radio"/> $>$
C	<input type="radio"/> ϵ	<input type="radio"/> δ	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> c	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> 0	<input type="radio"/> $<$	<input type="radio"/> $>$
D	<input type="radio"/> ϵ	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> x	<input type="radio"/> 0	<input type="radio"/> $<$	<input type="radio"/> $>$
E	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> δ	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> x	<input type="radio"/> 0	<input type="radio"/> $<$	<input type="radio"/> $>$
F	<input type="radio"/> ϵ	<input type="radio"/> δ	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> c	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> 0	<input type="radio"/> $<$	<input type="radio"/> $>$
G	<input type="radio"/> ϵ	<input type="radio"/> δ	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> x	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> $<$	<input type="radio"/> $>$
(4) A	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> \exists	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> d	<input type="radio"/> n	<input type="radio"/> m	<input type="radio"/> 0	<input type="radio"/> ∞
B	<input type="radio"/> \forall	<input type="radio"/> \exists	<input type="radio"/> c	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> n	<input type="radio"/> m	<input type="radio"/> 0	<input type="radio"/> ∞
C	<input type="radio"/> \forall	<input type="radio"/> \exists	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> d	<input type="radio"/> n	<input type="radio"/> m	<input type="radio"/> 0	<input checked="" type="radio"/>
D	<input type="radio"/> \forall	<input type="radio"/> \exists	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> d	<input type="radio"/> n	<input type="radio"/> m	<input type="radio"/> 0	<input type="radio"/> ∞
E	<input type="radio"/> \forall	<input type="radio"/> \exists	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> d	<input type="radio"/> n	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> 0	<input type="radio"/> ∞
F	<input type="radio"/> \forall	<input type="radio"/> \exists	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> d	<input type="radio"/> n	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> 0	<input type="radio"/> ∞
(5) A	<input type="radio"/> \forall	<input type="radio"/> \exists	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> b	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> x	<input type="radio"/> $=$
B	<input type="radio"/> \forall	<input type="radio"/> \exists	<input type="radio"/> 0	<input type="radio"/> a	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> x	<input type="radio"/> $=$
C	<input type="radio"/> \forall	<input type="radio"/> \exists	<input type="radio"/> 0	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> b	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> x	<input type="radio"/> $=$
D	<input type="radio"/> \forall	<input type="radio"/> \exists	<input type="radio"/> 0	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> b	<input type="radio"/> c	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> $=$
E	<input type="radio"/> \forall	<input type="radio"/> \exists	<input type="radio"/> 0	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> b	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> x	<input type="radio"/> $=$
(6) A	<input type="radio"/> \forall	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ϵ	<input type="radio"/> δ	<input type="radio"/> r	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> b	<input type="radio"/> $<$
B	<input type="radio"/> \forall	<input type="radio"/> \exists	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> δ	<input type="radio"/> r	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> b	<input type="radio"/> $<$
C	<input type="radio"/> \forall	<input type="radio"/> \exists	<input type="radio"/> ϵ	<input type="radio"/> δ	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> b	<input type="radio"/> $<$
D	<input type="radio"/> \forall	<input type="radio"/> \exists	<input type="radio"/> ϵ	<input type="radio"/> δ	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> b	<input type="radio"/> $<$
E	<input type="radio"/> \forall	<input type="radio"/> \exists	<input type="radio"/> ϵ	<input type="radio"/> δ	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> b	<input type="radio"/> $<$

問2(1)

A	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> \exists	<input type="radio"/> ϵ	<input type="radio"/> δ	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> x	<input type="radio"/> $<$	<input type="radio"/> $>$
B	<input type="radio"/> \forall	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ϵ	<input type="radio"/> δ	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> x	<input type="radio"/> $<$	<input type="radio"/> $>$
C	<input type="radio"/> \forall	<input type="radio"/> \exists	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> δ	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> x	<input type="radio"/> $<$	<input type="radio"/> $>$
(2) A	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> \exists	<input type="radio"/> ϵ	<input type="radio"/> δ	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> x	<input type="radio"/> $<$	<input type="radio"/> $>$
B	<input type="radio"/> \forall	<input type="radio"/> \exists	<input type="radio"/> ϵ	<input type="radio"/> δ	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> x	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> $>$
C	<input type="radio"/> \forall	<input type="radio"/> \exists	<input type="radio"/> ϵ	<input type="radio"/> δ	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> x	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> $>$
a	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑥	<input type="radio"/> ⑦	<input type="radio"/> ⑧
b	<input type="radio"/> ①	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑥	<input type="radio"/> ⑦	<input type="radio"/> ⑧
A	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑥	<input type="radio"/> ⑦	<input type="radio"/> ⑧
B	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑥	<input type="radio"/> ⑦	<input type="radio"/> ⑧
C	<input type="radio"/> ①	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑥	<input type="radio"/> ⑦	<input type="radio"/> ⑧
(1) A	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑥	<input type="radio"/> ⑦	<input type="radio"/> ⑧
(2) A	<input type="radio"/> ①	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑥	<input type="radio"/> ⑦	<input type="radio"/> ⑧
A	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑥	<input type="radio"/> ⑦	<input type="radio"/> ⑧
B	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑥	<input type="radio"/> ⑦	<input type="radio"/> ⑧
(1) A	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input checked="" type="radio"/> c	<input type="radio"/> ℓ	
B	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> s	<input checked="" type="radio"/> ℓ	
C	<input type="radio"/> ①	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> s	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> ℓ
(2) A	<input type="radio"/> ①	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> s	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> ℓ
B	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> s	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> ℓ
C	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> s	<input checked="" type="radio"/> ℓ	
(3) A	<input type="radio"/> ①	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> s	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> ℓ
B	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> s	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> ℓ
C	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> s	<input type="radio"/> c	<input checked="" type="radio"/>
D	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> s	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> ℓ
(4) A	<input type="radio"/> ①	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> s	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> ℓ
B	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> s	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> ℓ
C	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> s	<input checked="" type="radio"/> ℓ	
D	<input type="radio"/> ①	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> s	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> ℓ
(5) A	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> s	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> ℓ
B	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> s	<input type="radio"/> c	<input checked="" type="radio"/>
C	<input type="radio"/> ①	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> s	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> ℓ
D	<input type="radio"/> ①	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> s	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> ℓ

微積分前期期末試験 1 解答

問 1

- (1) $A = \forall, B = n, C = a, D = \epsilon,$
- (2) $A = \exists, B = \forall, C = n, D = a, E = b, F = a$
- (3) $A = \delta, B = \epsilon, C = x, D = \delta, E = \epsilon, F = x, G = 0$
- (4) $A = \forall, B = d, C = \infty, D = c, E = m, F = m$
- (5) $A = 0, B = b, C = a, D = x, E = c$
- (6) $A = \exists, B = \epsilon, C = r, D = r, E = r$

問 2 (1) $A = \forall, B = \exists, C = \epsilon,$ (2) $A = \forall, B = \leq, C = \leq$

問 3 $a = \inf X = 1, b = \sup X = 2$

問 4 $A = 1, B = 1, C = 2$

問 5 (1) 1 (2) 2

問 6 $A = 3, B = 4,$

問 7 (1) $A = \sin, B = \cos, C = 2,$

(2) $A = 2, B = 3, C = \cos,$

(3) $A = 2, B = 4, C = \log, D = 3,$

(4) $A = 2, B = 3, C = \cos, D = 2,$

(5) $A = 3, B = \log, C = 2, D = 2$

微積分後期期末試験 No. 1

問 1. 次の不定積分を計算し、空欄を 1, 2, 3, 4, 5, sin, cos, log で埋めよ。

ただし、解答用紙の s は sin、 c は cos、 ℓ は log を表す。

$$(1) \int \cos x \sin^3 x \, dx = \frac{1}{\boxed{A}} \boxed{B}^{\boxed{C}} x + C$$

$$(2) \int \frac{3x \{\log(x^2 + 1)\}^2}{(x^2 + 1)} \, dx = \frac{1}{\boxed{A}} \{ \boxed{B} (x^2 + 1) \}^{\boxed{C}} + C$$

$$(3) \int (3x + 2) \sin 3x \, dx = -\frac{(3x + 2)}{\boxed{A}} \boxed{B} 3x + \frac{1}{\boxed{C}} \boxed{D} 3x + C$$

$$(4) \int \frac{2x - 1}{(x - 1)(x + 2)} \, dx = \frac{1}{\boxed{A}} \boxed{B} \left| (x - \boxed{C})(x + \boxed{D})^{\boxed{E}} \right| + C$$

問 2. 次の定積分を計算し、空欄を 1, 2, 3, 4, 5, 6, π , e で埋めよ。

$$(1) \int_0^{\frac{\pi^2}{36}} \frac{2 \cos \sqrt{x}}{3\sqrt{x}} dx = \frac{\boxed{A}}{\boxed{B}}$$

$$(2) \int_0^1 x e^{2x} dx = \frac{e^2 + \boxed{A}}{\boxed{B}}$$

$$(3) \int_1^{1+\sqrt{3}} \frac{6}{x^2 - 2x + 10} dx = \frac{\boxed{A}}{\boxed{B}}$$

問 3. 次の偏微分を計算し、空欄を 1, 2, 3, 4, x , x^2 , y , y^2 で埋めよ。

$$(1) z = \log |x^2 + xy^2 + y^3|, \quad \frac{\partial z}{\partial x} = \frac{2\boxed{A} + \boxed{B}}{x^2 + xy^2 + y^3}, \quad \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{2x\boxed{C} + 3\boxed{D}}{x^2 + xy^2 + y^3}$$

$$(2) z = xy e^{x^2+3y}, \quad z_x = (\boxed{A} + \boxed{B} x^2 y) e^{x^2+3y}, \quad z_y = (\boxed{C} + \boxed{D} xy) e^{x^2+3y}$$

$$(3) z = \text{Tan}^{-1} \frac{y}{x}, \quad \frac{\partial z}{\partial x} = -\frac{\boxed{A}}{\boxed{B} + y^2}, \quad \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{\boxed{C}}{x^2 + \boxed{D}}$$

微積分後期期末試験 No. 2

問4. 陰関数 $x^2 + xy + y^2 = 1$ の両辺を x で微分することにより、 y' , y'' を求める。

$$y' = -\frac{\boxed{A}x + \boxed{B}y}{x + \boxed{C}y}, \quad y'' = -\frac{\boxed{D}}{(x + \boxed{E}y)\boxed{F}}$$

問5. $s > 0$ に対し、 $\Gamma(s) = \int_0^\infty e^{-x}x^{s-1} dx$ をガンマ関数とする。次の性質を示せ。

$$(1) \Gamma(1) = \boxed{A}$$

$$(2) \Gamma(2) = \boxed{B}$$

$$(3) \Gamma(s+1) = \left[-\boxed{C} - \boxed{D}x\boxed{E} \right]_0^\infty + \boxed{F} \int_0^\infty \boxed{C} - \boxed{D}x\boxed{E}^{-1} dx = \boxed{F} \Gamma(\boxed{G}) = \boxed{H}!$$

問6. 正規分布曲線の面積 $\int_0^\infty e^{-x^2} dx$ を計算する。

$I(a) = \int_0^a e^{-x^2} dx$ とする。関数 $f(x, y) = e^{-(x^2+y^2)}$ と領域

$$D(a) = \{(\theta, r) \mid 0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2} \wedge 0 \leq r \leq a\}, \quad E(a) = \{(x, y) \mid 0 \leq x \leq a \wedge 0 \leq y \leq a\}$$

を考える。すると、
$$\iint_{D(a)} f(x, y) dS = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left\{ \int_0^a e^{-\boxed{A}^2} \boxed{B} dr \right\} d\theta = \frac{\boxed{D}}{\boxed{C}} \left(1 - \boxed{E} - \boxed{F}^2 \right)$$

$$\text{一方} \quad \iint_{E(a)} f(x, y) dS = \int_0^a \left\{ \int_0^a e^{-x^2} e^{-y^2} dy \right\} dx = (I(a))\boxed{G}$$

さらに、 $f(x, y) = e^{-(x^2+y^2)} > 0$ と $D(a) \subset E(a) \subset D(\sqrt{\boxed{H}}a)$ より、

$$\frac{\boxed{D}}{\boxed{C}} \left(1 - \boxed{E} - \boxed{F}^2 \right) \leq I(a)\boxed{G} \leq \frac{\boxed{D}}{\boxed{C}} \left(1 - \boxed{E} - \boxed{I}\boxed{F}^2 \right)$$

以上より、 $a \rightarrow \infty$ にすると、 $\int_0^\infty e^{-x^2} dx$ が計算できる。 \square

後期試験

学籍番号

--	--	--	--	--	--	--

氏名

--

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

問 1(1)

A	1	2	3	4	5	s	c	ℓ
B	1	2	3	4	5	s	c	ℓ
C	1	2	3	4	5	s	c	ℓ

(2)

A	1	2	3	4	5	s	c	ℓ
B	1	2	3	4	5	s	c	ℓ
C	1	2	3	4	5	s	c	ℓ

(3)

A	1	2	3	4	5	s	c	ℓ
B	1	2	3	4	5	s	c	ℓ
C	1	2	3	4	5	s	c	ℓ

(4)

D	1	2	3	4	5	s	c	ℓ
A	1	2	3	4	5	s	c	ℓ
B	1	2	3	4	5	s	c	ℓ
C	1	2	3	4	5	s	c	ℓ
D	1	2	3	4	5	s	c	ℓ
E	1	2	3	4	5	s	c	ℓ

問 2(1)

A	1	2	3	4	5	6	π	e
B	1	2	3	4	5	6	π	e

(2)

A	1	2	3	4	5	6	π	e
B	1	2	3	4	5	6	π	e

(3)

A	1	2	3	4	5	6	π	e
B	1	2	3	4	5	6	π	e

問 3(1)

A	1	2	3	4	x	x ²	y	y ²
B	1	2	3	4	x	x ²	y	y ²
C	1	2	3	4	x	x ²	y	y ²
D	1	2	3	4	x	x ²	y	y ²

(2)

A	1	2	3	4	x	x ²	y	y ²
B	1	2	3	4	x	x ²	y	y ²
C	1	2	3	4	x	x ²	y	y ²
D	1	2	3	4	x	x ²	y	y ²

(3)

A	1	2	3	4	x	x ²	y	y ²
B	1	2	3	4	x	x ²	y	y ²
C	1	2	3	4	x	x ²	y	y ²
D	1	2	3	4	x	x ²	y	y ²

問 4

A	1	2	3	4	5	6	7	8
B	1	2	3	4	5	6	7	8
C	1	2	3	4	5	6	7	8

D	1	2	3	4	5	6	7	8
E	1	2	3	4	5	6	7	8
F	1	2	3	4	5	6	7	8

問 5

A	0	1	2	s	x	π	e	∞
B	0	1	2	s	x	π	e	∞
C	0	1	2	s	x	π	e	∞

D	0	1	2	s	x	π	e	∞
E	0	1	2	s	x	π	e	∞
F	0	1	2	s	x	π	e	∞

G	0	1	2	s	x	π	e	∞
H	0	1	2	s	x	π	e	∞

問 6

A	1	2	3	4	a	r	π	e
B	1	2	3	4	a	r	π	e
C	1	2	3	4	a	r	π	e

D	1	2	3	4	a	r	π	e
E	1	2	3	4	a	r	π	e
F	1	2	3	4	a	r	π	e

G	1	2	3	4	a	r	π	e
H	1	2	3	4	a	r	π	e
I	1	2	3	4	a	r	π	e

問 7(1)

A	1	2	3	4	5	6	π	e
B	1	2	3	4	5	6	π	e
A	1	2	3	4	5	6	π	e

(2)

B	1	2	3	4	5	6	π	e
C	1	2	3	4	5	6	π	e

問 8(1)

A	2	3	4	x	x ²	x ³	t	ℓ
B	2	3	4	x	x ²	x ³	t	ℓ
A	2	3	4	x	x ²	x ³	t	ℓ

(2)

B	2	3	4	x	x ²	x ³	t	ℓ
C	2	3	4	x	x ²	x ³	t	ℓ

--	--	--	--	--	--	--

--

0	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
1	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ①
2	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ②
3	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ③
4	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ④
5	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑤
6	<input type="radio"/> ⑥	<input type="radio"/> ⑥	<input type="radio"/> ⑥	<input type="radio"/> ⑥	<input type="radio"/> ⑥	<input type="radio"/> ⑥	<input type="radio"/> ⑥
7	<input type="radio"/> ⑦	<input type="radio"/> ⑦	<input type="radio"/> ⑦	<input type="radio"/> ⑦	<input type="radio"/> ⑦	<input type="radio"/> ⑦	<input type="radio"/> ⑦
8	<input type="radio"/> ⑧	<input type="radio"/> ⑧	<input type="radio"/> ⑧	<input type="radio"/> ⑧	<input type="radio"/> ⑧	<input type="radio"/> ⑧	<input type="radio"/> ⑧
9	<input type="radio"/> ⑨	<input type="radio"/> ⑨	<input type="radio"/> ⑨	<input type="radio"/> ⑨	<input type="radio"/> ⑨	<input type="radio"/> ⑨	<input type="radio"/> ⑨

問 1(1)

A	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input checked="" type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> s	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> ℓ
B	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input checked="" type="radio"/> s	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> ℓ
C	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input checked="" type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> s	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> ℓ

(2)

A	<input type="radio"/> ①	<input checked="" type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> s	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> ℓ
B	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> s	<input type="radio"/> c	<input checked="" type="radio"/> ℓ
C	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input checked="" type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> s	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> ℓ

(3)

A	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input checked="" type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> s	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> ℓ
B	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> s	<input checked="" type="radio"/> c	<input type="radio"/> ℓ
C	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input checked="" type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> s	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> ℓ

(4)

A	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input checked="" type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> s	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> ℓ
B	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> s	<input type="radio"/> c	<input checked="" type="radio"/> ℓ
C	<input checked="" type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> s	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> ℓ
D	<input type="radio"/> ①	<input checked="" type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> s	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> ℓ
E	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input checked="" type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> s	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> ℓ

問 2(1)

A	<input type="radio"/> ①	<input checked="" type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑥	<input type="radio"/> π	<input type="radio"/> e
B	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input checked="" type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑥	<input type="radio"/> π	<input type="radio"/> e

(2)

A	<input checked="" type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑥	<input type="radio"/> π	<input type="radio"/> e
B	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input checked="" type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑥	<input type="radio"/> π	<input type="radio"/> e

(3)

A	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑥	<input checked="" type="radio"/> π	<input type="radio"/> e
B	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input checked="" type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑥	<input type="radio"/> π	<input type="radio"/> e

問 3(1)

A	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input checked="" type="radio"/> x	<input type="radio"/> x^2	<input type="radio"/> y	<input type="radio"/> y^2
B	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> x	<input type="radio"/> x^2	<input type="radio"/> y	<input checked="" type="radio"/> y^2

(2)

A	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> x	<input type="radio"/> x^2	<input checked="" type="radio"/> y	<input type="radio"/> y^2
B	<input type="radio"/> ①	<input checked="" type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> x	<input type="radio"/> x^2	<input type="radio"/> y	<input type="radio"/> y^2

(3)

A	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input checked="" type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> x	<input type="radio"/> x^2	<input type="radio"/> y	<input type="radio"/> y^2
B	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input checked="" type="radio"/> ④	<input type="radio"/> x	<input type="radio"/> x^2	<input type="radio"/> y	<input type="radio"/> y^2

(2)

A	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> x	<input type="radio"/> x^2	<input checked="" type="radio"/> y	<input type="radio"/> y^2
B	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> x	<input checked="" type="radio"/> x^2	<input type="radio"/> y	<input type="radio"/> y^2

(3)

A	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> x	<input type="radio"/> x^2	<input checked="" type="radio"/> y	<input type="radio"/> y^2
B	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> x	<input checked="" type="radio"/> x^2	<input type="radio"/> y	<input type="radio"/> y^2

(4)

A	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> x	<input type="radio"/> x^2	<input type="radio"/> y	<input checked="" type="radio"/> y^2
B	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> x	<input checked="" type="radio"/> x^2	<input type="radio"/> y	<input type="radio"/> y^2

問 4

A	<input type="radio"/> ①	<input checked="" type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑥	<input type="radio"/> ⑦	<input type="radio"/> ⑧
B	<input checked="" type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑥	<input type="radio"/> ⑦	<input type="radio"/> ⑧
C	<input type="radio"/> ①	<input checked="" type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑥	<input type="radio"/> ⑦	<input type="radio"/> ⑧

問 5

A	<input type="radio"/> ①	<input checked="" type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑥	<input type="radio"/> ⑦	<input type="radio"/> ⑧
B	<input type="radio"/> ①	<input checked="" type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑥	<input type="radio"/> ⑦	<input type="radio"/> ⑧
C	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input checked="" type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑥	<input type="radio"/> ⑦	<input type="radio"/> ⑧

問 6

A	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑥	<input type="radio"/> ⑦	<input type="radio"/> ⑧
B	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑥	<input type="radio"/> ⑦	<input type="radio"/> ⑧
C	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑥	<input type="radio"/> ⑦	<input type="radio"/> ⑧

問 7(1)

A	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑥	<input type="radio"/> ⑦	<input type="radio"/> ⑧
B	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input checked="" type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑥	<input type="radio"/> ⑦	<input type="radio"/> ⑧

(2)

A	<input type="radio"/> ①	<input checked="" type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑥	<input type="radio"/> ⑦	<input type="radio"/> ⑧
B	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑥	<input type="radio"/> ⑦	<input type="radio"/> ⑧

問 8(1)

A	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑥	<input type="radio"/> ⑦	<input type="radio"/> ⑧
B	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑥	<input type="radio"/> ⑦	<input type="radio"/> ⑧

(2)

A	<input checked="" type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑥	<input type="radio"/> ⑦	<input type="radio"/> ⑧
B	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑥	<input type="radio"/> ⑦	<input type="radio"/> ⑧

微積分後期期末試験 1 解答

問 1

- (1) $A = 4$, $B = \sin$, $C = 4$,
- (2) $A = 2$, $B = \log$, $C = 3$,
- (3) $A = 3$, $B = \cos$, $C = 3$, $D = \sin$,
- (4) $A = 3$, $B = \log$, $C = 1$, $D = 2$, $E = 5$

問 2

- (1) $A = 2$, $B = 3$,
- (2) $A = 1$, $B = 4$,
- (3) $A = \pi$, $B = 3$,

問 3

- (1) $A = x$, $B = y^2$, $C = y$, $D = y^2$,
- (2) $A = y$, $B = 2$, $C = x$, $D = 3$,
- (3) $A = y$, $B = x^2$, $C = x$, $D = y^2$,

問 4

$$A = 2, B = 1, C = 2, D = 6, E = 2, F = 3$$

問 5

$$A = 1, B = 1, C = e, D = x, E = s, F = s, G = s, H = s$$

問 6

$$A = r, B = r, C = 4, D = \pi, E = e, F = a, G = 2, H = 2, I = 2$$

問 7

- (1) $A = 4$, $B = 3$,
- (2) $A = 2$, $B = \pi$, $C = 6$

問 8

- (1) $A = \tan$, $B = x^2$,
- (2) $A = 2$, $B = x^2$, $C = 2$

微積分前期期末試験 No.1

問1. 次の証明の空欄を埋めよ。

(1) 定理 X を下に有界な実数の集合とする。 $a = \inf X$ とすると、

X の数列 $\{x_n\}$ で a に収束する数列がある。

(証明) n を自然数とする。 a は下限であるから、 a より大きい $a + \frac{1}{n}$ は下界でない。

よって $\boxed{A} + \frac{1}{n} > x_n \geq \boxed{A}$ となる $x_n \in X$ がある。

$\boxed{B}\epsilon > 0$ に対し、 $\frac{1}{\epsilon} < N$ となる N を選ぶと、 $\boxed{C} > N \Rightarrow |x_n - a| = x_n - a < \frac{1}{n} < \boxed{D}$ \square

(2) 定理 有界な数列 $\{x_n\}$ には集積点 a がある。

(証明) 有界より、 $\boxed{A}K > 0$, $\boxed{B}n \in \mathbf{N}; -K < x_n < K$ である。

$X = \{x | x_n \leq x \text{ となる } n \text{ は有限個}\}$ とする。

$x_n \leq -K$ となる \boxed{C} は 0 個 (有限個) だから $-K \in X$ であり、 $X \neq \emptyset$ である。

次に、 $x \in X$ ならば、 $x < x_n$ となる \boxed{C} は無限個だから、一つは $x < x_n$ となる \boxed{C} がある。

よって、 $x < x_n < K$ となり、 X は上に有界である。以上から、上限 $a = \sup X$ がある。

そこで、 $\forall i \in \mathbf{N}$ に対し、増加自然数列 n_i で、 $|x_{n_i} - a| \leq \frac{1}{i}$ となる物を選ぶために次のように考える。

ある集合の上限よりも大きい数は、それが上限でないならばその集合の要素にはならないから、

$\boxed{D} < \boxed{D} + \frac{1}{i}$ から、 $\boxed{D} + \frac{1}{i} \notin X$ であり、 $x_n \leq \boxed{D} + \frac{1}{i}$ となる \boxed{C} は無限個ある。

一方、 $\boxed{D} - \frac{1}{i}$ は、 \boxed{D} 未満なので上界ではない。そこで、 $\boxed{D} - \frac{1}{i} < x \leq \boxed{D}$ となる $x \in X$ がある。

X の定義から、 $x_n \leq \boxed{E}$ となる \boxed{C} は有限個である。無限個から有限個を引いても無限個であるから、

1) $\boxed{D} - \frac{1}{i} < \boxed{E} < x_n \leq \boxed{D} + \frac{1}{i}$ となる \boxed{C} は無限個ある。

以上から、求める n_i を次のように選ぶ、

$i = 1$ に対しては、1) から、 $\boxed{D} - 1 < x_{n_1} \leq \boxed{D} + 1$ となる物を選ぶ。

$n_1 < \dots < n_{i-1}$ まで選ばれているとし、1) の無限個の \boxed{C} から、 n_{i-1} より大きい物を n_i とする。

このとき、 $|x_{n_i} - a| \leq \frac{1}{i}$ から、 $\lim_{i \rightarrow \infty} x_{n_i} = \boxed{F}$ \square

(3) 定理 コーシー列 $\{x_n\}$ は収束する。

(証明) コーシー列の定義で、 $\epsilon = 1$ とし、対応する N を取り、 $m = N + 1$ とすると、

$\boxed{A} > N \Rightarrow |x_n - x_{N+1}| < 1$ であり、 $x_{N+1} - 1 < x_n < x_{N+1} + 1$ だから、 $\{x_n\}$ は有界になる。

集積点定理により、集積点 a とそれに収束する部分数列 $\{x_{n_i}\}$ がある。ここで、 $\{n_i\}$ は増加数列である。

収束の定義から、 $\boxed{B}\epsilon > 0$ に対して、 $\exists I; i > I \Rightarrow |x_{n_i} - \boxed{C}| < \frac{\epsilon}{2}$ である。

さらに、コーシー列の定義で $\frac{\epsilon}{2}$ に対応する N を取る。

$\{n_i\}$ は増加数列であるから、 $i > I, n_i > N$ となるように i を取れる。

すると、 $\boxed{D} > N$ ならば $|x_n - \boxed{E}| = |x_n - x_{n_i} + x_{n_i} - \boxed{E}| \leq |x_n - x_{n_i}| + |x_{n_i} - \boxed{E}| < \boxed{F}$ \square

(4) 定理 関数 $y = f(x)$ が区間 $[a, b]$ で連続で、

$f(a) < 0, f(b) > 0$ ならば、 $\exists c \in (a, b); f(c) = 0$

(証明) $X = \{x \in [a, b]; f(x) > 0\}$ とする。 $b \in X$ より $X \neq \emptyset$ であり、下に有界であるから、下限 $c = \inf X$ がある。

1) $f(c) > 0$ とする。 $0 < \epsilon < f(c)$ となる ϵ がある。

c での連続の定義で、 ϵ に対応する δ を取る。

$c - \delta < x < c$ となる x に対し、 $|x - c| = c - x < \boxed{A}$ だから、

$|f(x) - f(c)| < \boxed{B}, 0 < f(c) - \boxed{B} < f(x) < f(c) + \boxed{B}$

よって、 $\boxed{C} \in X$ であり、 c が X の下限である事に矛盾する。

2) $f(c) < 0$ とする。 $0 < \epsilon < -f(c)$ となる $\epsilon > 0$ がある。

c での連続の定義で、 ϵ に対応する δ を取る。

すると、 $c < x < c + \delta$ ならば、 $|x - c| = x - c < \boxed{D}$ だから、

$|f(x) - f(c)| < \boxed{E}, f(c) - \boxed{E} < f(x) < f(c) + \boxed{E} < 0$

一方、 \boxed{F} は下限であるから、 $\boxed{F} \leq x < \boxed{F} + \delta$ となる $x \in X$ がある。

ここで、 $c \notin X$ より $\boxed{F} < x < \boxed{F} + \delta$ である。

$x \in X$ は $f(x) > 0$ を意味し、上の $f(x) < 0$ と矛盾する。

3) $f(c) > 0, f(c) < 0$ どちらでも矛盾するから $f(c) = \boxed{G}$ □

(5) 定理 関数 $y = f(x)$ が区間 $[a, b]$ で連続、 (a, b) で微分可能、

$f(a) = f(b)$ ならば、 $\exists c \in (a, b); f'(c) = 0$ である。

(証明) 最小値の定理より、 $f(x)$ の最小値 $f(c)$, $c \in [a, b]$ がある。

もし、 $c = a$ または $c = b$ ならば、 $f(d)$ が最大値になる $d \in (a, b)$ があるから、

以下と同じ証明で $f'(d) = 0$ が言える。

よって、 $c \in (a, b)$ と仮定する。

$f(c)$ は最小値であるから、 $c + h \in [a, b]$ ならば、 $f(c + h) - f(c) \boxed{A} 0$

もし、 $h > 0$ ならば $f'(c) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(c + \boxed{B}) - f(c)}{\boxed{B}} \boxed{C} 0$

もし、 $h < 0$ ならば $f'(c) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(c + \boxed{B}) - f(c)}{\boxed{B}} \boxed{D} 0$

よって、 $f'(c) = \boxed{E}$ □

微積分前期期末試験 No.2

(6) 定理 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ を正項級数とし、極限值 $a = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_n}$ があるとする。

もし、 $a < 1$ ならば、この正項級数は収束する。

(証明) 1) $\exists r > 0; 0 \leq a < r < 1$ である。 $\epsilon = r - a$ とすると、収束の定義より、

$$\exists N; [A] > N \Rightarrow |\sqrt[n]{a_n} - a| < [B]$$

よって、 $a - [B] < \sqrt[n]{a_n} < a + [B] = [C]$ より、 $[A] > N \Rightarrow 0 < a_n < [C]^n$ である。

2) $\sum_{n=1}^k r^n = r \frac{1-r^{k+1}}{1-r}$ と $0 < r < 1$ より $\sum_{n=1}^{\infty} r^n$ は収束する。

また、正項級数は、数列としては増加数列であるから、

部分和が上に有界になる事が収束するための必要十分条件である。

例えば、 $\sum_{n=1}^{\infty} r^n$ は $\sum_{n=1}^k r^n < \frac{r}{1-r}$ より部分和は上に有界になる。

次に、 $[A] > N$ で $a_n < [C]^n$ であるから、級数 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ の部分和に対し、

$$\sum_{n=1}^k a_n = \sum_{n=1}^N a_n + \sum_{n=N+1}^k a_n \leq \sum_{n=1}^N a_n + \sum_{n=N+1}^k [C]^n \leq \sum_{n=1}^N a_n + \frac{[C]^{N+1}}{[E] - [C]}$$

だから、上に有界になる。よって、収束する。 \square

問2. 次の空欄を埋めよ。

(1) コーシー列の定義: $\forall \epsilon > 0, [A]N; [B] > N, m > N \Rightarrow |a_n - a_m| < [C]$

(2) $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \alpha$ の定義: $[A]\epsilon > 0, \exists \delta > 0; |x - a| < [B] \Rightarrow |f(x) - \alpha| < [C]$

問3. 次の集合 X の下限 $a = \inf X$ および上限 $b = \sup X$ を求めよ。

$$X = \left\{ \frac{3n-1}{n} \mid n \in \mathbf{N} \right\}, a = \inf X, b = \sup X$$

問4. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n+3}{n+2} = 3$ の次の証明の空欄を埋めよ。

(証明) $\forall \epsilon > 0$ に対し、 $\frac{[A]}{\epsilon} - [B] < N$ となるように N を取る。すると、

$$n > N \text{ ならば、} \frac{[A]}{n + [B]} < \epsilon \text{ より、} \left| \frac{3n+3}{n+2} - [C] \right| < \epsilon \quad \square$$

問5. 次のべき級数の収束半径 R を求めよ。

$$(1) \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{n}{3n+1} \right)^n x^n \quad (2) \sum_{n=0}^{\infty} n^2 x^n$$

問6. $f(x) = \log(1+x)$ のマクローリン展開の3次項 $\frac{[B]}{[A]} x^3$ の係数を求めよ。

問 7. 次の微分を計算し、空欄を 1, 2, 3, 4, 5, sin, cos, log で埋めよ。

なお、解答欄の s は sin, c は cos, ℓ は log を表す。

$$(1) \frac{d}{dx} \left(\frac{1}{\sqrt{\sin x}} \right) = - \frac{\boxed{A} x}{2 \sqrt{\boxed{B} x} \boxed{C}}$$

$$(2) (e^{3x} \cos 2x)' = e^{3x} (\boxed{A} \cos 2x - \boxed{B} \boxed{C} 2x)$$

$$(3) \frac{d}{dx} (e^{x^3} \log |x^2 + 1|) = \frac{\left\{ (\boxed{A} x \boxed{B} + \boxed{C} x^2) \log |x^2 + 1| + \boxed{D} x \right\} e^{x^3}}{(x^2 + 1)}$$

$$(4) \left(\frac{\tan^{-1} \frac{x}{3}}{\cos x^2} \right)' = \frac{\boxed{A} \cos x^2 + (\boxed{B} x^3 + 18x) \tan^{-1} \frac{x}{3} \boxed{C} x^2}{(x^2 + 9) \cos \boxed{D} x^2}$$

$$(5) \frac{d}{dx} \left(\frac{\sin^{-1} \frac{x}{2}}{\log |4 - x^2|} \right) = \frac{\sqrt{\boxed{A} - x^2} \boxed{B} |4 - x^2| + \boxed{C} x \sin^{-1} \frac{x}{2}}{(4 - x^2)(\log |4 - x^2|) \boxed{D}}$$

前期試験

学籍番号

--	--	--	--	--	--	--

氏名

--

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

問1(1)

A	∇	\exists	ϵ	δ	a	b	n	m
B	∇	\exists	ϵ	δ	a	b	n	m
C	∇	\exists	ϵ	δ	a	b	n	m
D	∇	\exists	ϵ	δ	a	b	n	m
A	∇	\exists	ϵ	δ	a	x	n	m
B	∇	\exists	ϵ	δ	a	x	n	m
C	∇	\exists	ϵ	δ	a	x	n	m
D	∇	\exists	ϵ	δ	a	x	n	m
E	∇	\exists	ϵ	δ	a	x	n	m
F	∇	\exists	ϵ	δ	a	x	n	m
A	∇	\exists	ϵ	δ	a	b	n	m
B	∇	\exists	ϵ	δ	a	b	n	m
C	∇	\exists	ϵ	δ	a	b	n	m
D	∇	\exists	ϵ	δ	a	b	n	m
E	∇	\exists	ϵ	δ	a	b	n	m
F	∇	\exists	ϵ	δ	a	b	n	m
A	ϵ	δ	a	c	x	0	$<$	$>$
B	ϵ	δ	a	c	x	0	$<$	$>$
C	ϵ	δ	a	c	x	0	$<$	$>$
D	ϵ	δ	a	c	x	0	$<$	$>$
E	ϵ	δ	a	c	x	0	$<$	$>$
F	ϵ	δ	a	c	x	0	$<$	$>$
G	ϵ	δ	a	c	x	0	$<$	$>$
A	0	a	b	c	x	h	\leq	\geq
B	0	a	b	c	x	h	\leq	\geq
C	0	a	b	c	x	h	\leq	\geq
D	0	a	b	c	x	h	\leq	\geq
E	0	a	b	c	x	h	\leq	\geq
A	∇	\exists	ϵ	δ	r	a	n	1
B	∇	\exists	ϵ	δ	r	a	n	1
C	∇	\exists	ϵ	δ	r	a	n	1
D	∇	\exists	ϵ	δ	r	a	n	1
E	∇	\exists	ϵ	δ	r	a	n	1

問2(1)

A	▽	⊖	€	δ	a	x	n	m
B	▽	⊖	€	δ	a	x	n	m
C	▽	⊖	€	δ	a	x	n	m
A	▽	⊖	€	δ	a	x	n	m
B	▽	⊖	€	δ	a	x	n	m
C	▽	⊖	€	δ	a	x	n	m
a	1	2	3	4	5	6	7	8
b	1	2	3	4	5	6	7	8
A	1	2	3	4	5	6	7	8
B	1	2	3	4	5	6	7	8
C	1	2	3	4	5	6	7	8
(1)	1	2	3	4	5	6	7	8
(2)	1	2	3	4	5	6	7	8
A	1	2	3	4	5	6	7	8
B	1	2	3	4	5	6	7	8
A	1	2	3	4	5	s	c	ℓ
B	1	2	3	4	5	s	c	ℓ
C	1	2	3	4	5	s	c	ℓ
A	1	2	3	4	5	s	c	ℓ
B	1	2	3	4	5	s	c	ℓ
C	1	2	3	4	5	s	c	ℓ
A	1	2	3	4	5	s	c	ℓ
B	1	2	3	4	5	s	c	ℓ
C	1	2	3	4	5	s	c	ℓ
D	1	2	3	4	5	s	c	ℓ
A	1	2	3	4	5	s	c	ℓ
B	1	2	3	4	5	s	c	ℓ
C	1	2	3	4	5	s	c	ℓ
D	1	2	3	4	5	s	c	ℓ
A	1	2	3	4	5	s	c	ℓ
B	1	2	3	4	5	s	c	ℓ
C	1	2	3	4	5	s	c	ℓ
D	1	2	3	4	5	s	c	ℓ

--	--	--	--	--	--	--

--

0	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
1	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ①
2	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ②
3	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ③
4	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ④
5	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑤
6	<input type="radio"/> ⑥	<input type="radio"/> ⑥	<input type="radio"/> ⑥	<input type="radio"/> ⑥	<input type="radio"/> ⑥	<input type="radio"/> ⑥	<input type="radio"/> ⑥
7	<input type="radio"/> ⑦	<input type="radio"/> ⑦	<input type="radio"/> ⑦	<input type="radio"/> ⑦	<input type="radio"/> ⑦	<input type="radio"/> ⑦	<input type="radio"/> ⑦
8	<input type="radio"/> ⑧	<input type="radio"/> ⑧	<input type="radio"/> ⑧	<input type="radio"/> ⑧	<input type="radio"/> ⑧	<input type="radio"/> ⑧	<input type="radio"/> ⑧
9	<input type="radio"/> ⑨	<input type="radio"/> ⑨	<input type="radio"/> ⑨	<input type="radio"/> ⑨	<input type="radio"/> ⑨	<input type="radio"/> ⑨	<input type="radio"/> ⑨

問 1(1)

A	<input type="radio"/> ∇	<input type="radio"/> ⊖	<input type="radio"/> €	<input type="radio"/> δ	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> b	<input type="radio"/> n	<input type="radio"/> m	
B	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ⊖	<input type="radio"/> €	<input type="radio"/> δ	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> b	<input type="radio"/> n	<input type="radio"/> m	
C	<input type="radio"/> ∇	<input type="radio"/> ⊖	<input type="radio"/> €	<input type="radio"/> δ	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> b	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> m	
D	<input type="radio"/> ∇	<input type="radio"/> ⊖	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> δ	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> b	<input type="radio"/> n	<input type="radio"/> m	
(2)	A	<input type="radio"/> ∇	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> €	<input type="radio"/> δ	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> x	<input type="radio"/> n	<input type="radio"/> m
	B	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ⊖	<input type="radio"/> €	<input type="radio"/> δ	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> x	<input type="radio"/> n	<input type="radio"/> m
	C	<input type="radio"/> ∇	<input type="radio"/> ⊖	<input type="radio"/> €	<input type="radio"/> δ	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> x	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> m
	D	<input type="radio"/> ∇	<input type="radio"/> ⊖	<input type="radio"/> €	<input type="radio"/> δ	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> x	<input type="radio"/> n	<input type="radio"/> m
	E	<input type="radio"/> ∇	<input type="radio"/> ⊖	<input type="radio"/> €	<input type="radio"/> δ	<input type="radio"/> a	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> n	<input type="radio"/> m
	F	<input type="radio"/> ∇	<input type="radio"/> ⊖	<input type="radio"/> €	<input type="radio"/> δ	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> x	<input type="radio"/> n	<input type="radio"/> m
(3)	A	<input type="radio"/> ∇	<input type="radio"/> ⊖	<input type="radio"/> €	<input type="radio"/> δ	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> b	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> m
	B	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ⊖	<input type="radio"/> €	<input type="radio"/> δ	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> b	<input type="radio"/> n	<input type="radio"/> m
	C	<input type="radio"/> ∇	<input type="radio"/> ⊖	<input type="radio"/> €	<input type="radio"/> δ	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> b	<input type="radio"/> n	<input type="radio"/> m
	D	<input type="radio"/> ∇	<input type="radio"/> ⊖	<input type="radio"/> €	<input type="radio"/> δ	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> b	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> m
	E	<input type="radio"/> ∇	<input type="radio"/> ⊖	<input type="radio"/> €	<input type="radio"/> δ	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> b	<input type="radio"/> n	<input type="radio"/> m
	F	<input type="radio"/> ∇	<input type="radio"/> ⊖	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> δ	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> b	<input type="radio"/> n	<input type="radio"/> m
(4)	A	<input type="radio"/> €	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> x	<input type="radio"/> 0	<input type="radio"/> <	<input type="radio"/> >
	B	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> δ	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> x	<input type="radio"/> 0	<input type="radio"/> <	<input type="radio"/> >
	C	<input type="radio"/> €	<input type="radio"/> δ	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> c	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> 0	<input type="radio"/> <	<input type="radio"/> >
	D	<input type="radio"/> €	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> x	<input type="radio"/> 0	<input type="radio"/> <	<input type="radio"/> >
	E	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> δ	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> x	<input type="radio"/> 0	<input type="radio"/> <	<input type="radio"/> >
	F	<input type="radio"/> €	<input type="radio"/> δ	<input type="radio"/> a	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> x	<input type="radio"/> 0	<input type="radio"/> <	<input type="radio"/> >
	G	<input type="radio"/> €	<input type="radio"/> δ	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> x	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> <	<input type="radio"/> >
(5)	A	<input type="radio"/> 0	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> b	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> x	<input type="radio"/> h	<input type="radio"/> <	<input checked="" type="radio"/>
	B	<input type="radio"/> 0	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> b	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> x	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> <	<input type="radio"/> >
	C	<input type="radio"/> 0	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> b	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> x	<input type="radio"/> h	<input type="radio"/> <	<input checked="" type="radio"/>
	D	<input type="radio"/> 0	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> b	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> x	<input type="radio"/> h	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> >
	E	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> b	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> x	<input type="radio"/> h	<input type="radio"/> <	<input type="radio"/> >
(6)	A	<input type="radio"/> ∇	<input type="radio"/> ⊖	<input type="radio"/> €	<input type="radio"/> δ	<input type="radio"/> r	<input type="radio"/> a	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> 1
	B	<input type="radio"/> ∇	<input type="radio"/> ⊖	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> δ	<input type="radio"/> r	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> n	<input type="radio"/> 1
	C	<input type="radio"/> ∇	<input type="radio"/> ⊖	<input type="radio"/> €	<input type="radio"/> δ	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> n	<input type="radio"/> 1
	D	<input type="radio"/> ∇	<input type="radio"/> ⊖	<input type="radio"/> €	<input type="radio"/> δ	<input type="radio"/> r	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> n	<input checked="" type="radio"/>
	E	<input type="radio"/> ∇	<input type="radio"/> ⊖	<input type="radio"/> €	<input type="radio"/> δ	<input type="radio"/> r	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> n	<input checked="" type="radio"/>

問 2(1)

A	<input type="radio"/> ∇	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> €	<input type="radio"/> δ	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> x	<input type="radio"/> n	<input type="radio"/> m	
B	<input type="radio"/> ∇	<input type="radio"/> ⊖	<input type="radio"/> €	<input type="radio"/> δ	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> x	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> m	
C	<input type="radio"/> ∇	<input type="radio"/> ⊖	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> δ	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> x	<input type="radio"/> n	<input type="radio"/> m	
(2)	A	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ⊖	<input type="radio"/> €	<input type="radio"/> δ	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> x	<input type="radio"/> n	<input type="radio"/> m
	B	<input type="radio"/> ∇	<input type="radio"/> ⊖	<input type="radio"/> €	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> x	<input type="radio"/> n	<input type="radio"/> m
	C	<input type="radio"/> ∇	<input type="radio"/> ⊖	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> δ	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> x	<input type="radio"/> n	<input type="radio"/> m
問 3	a	<input type="radio"/> ①	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑥	<input type="radio"/> ⑦	<input type="radio"/> ⑧
	b	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑥	<input type="radio"/> ⑦	<input type="radio"/> ⑧
問 4	A	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑥	<input type="radio"/> ⑦	<input type="radio"/> ⑧
	B	<input type="radio"/> ①	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑥	<input type="radio"/> ⑦	<input type="radio"/> ⑧
	C	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑥	<input type="radio"/> ⑦	<input type="radio"/> ⑧
問 5	(1)	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑥	<input type="radio"/> ⑦	<input type="radio"/> ⑧
	(2)	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑥	<input type="radio"/> ⑦	<input type="radio"/> ⑧
問 6	A	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑥	<input type="radio"/> ⑦	<input type="radio"/> ⑧
	B	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑥	<input type="radio"/> ⑦	<input type="radio"/> ⑧
問 7(1)	A	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> s	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ℓ
	B	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> ℓ
	C	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> s	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> ℓ
(2)	A	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> s	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> ℓ
	B	<input type="radio"/> ①	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> s	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> ℓ
	C	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> ℓ
(3)	A	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> s	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> ℓ
	B	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> s	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> ℓ
	C	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> s	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> ℓ
(4)	D	<input type="radio"/> ①	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> s	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> ℓ
	A	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> s	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> ℓ
	B	<input type="radio"/> ①	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> s	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> ℓ
	C	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> ℓ
(5)	D	<input type="radio"/> ①	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> s	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> ℓ
	A	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> s	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> ℓ
	B	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> s	<input type="radio"/> c	<input checked="" type="radio"/>
	C	<input type="radio"/> ①	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> s	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> ℓ
	D	<input type="radio"/> ①	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> s	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> ℓ

微積分前期期末試験 2 解答

問 1

- (1) $A = a, B = \forall, C = n, D = \epsilon,$
- (2) $A = \exists, B = \forall, C = n, D = a, E = x, F = a$
- (3) $A = n, B = \forall, C = a, D = n, E = a, F = \epsilon$
- (4) $A = \delta, B = \epsilon, C = x, D = \delta, E = \epsilon, F = c, G = 0$
- (5) $A = \geq, B = h, C = \geq, D = \leq, E = 0$
- (6) $A = n, B = \epsilon, C = r, D = 1, E = 1$

問 2 (1) $A = \exists, B = n, C = \epsilon,$ (2) $A = \forall, B = \delta, C = \epsilon$

問 3 $a = 2, b = 3$

問 4 $A = 3, B = 2, C = 3$

問 5 (1) 3 (2) 1

問 6 $A = 3, B = 1,$

問 7 (1) $A = \cos, B = \sin, C = 3,$

(2) $A = 3, B = 2, C = \sin,$

(3) $A = 3, B = 4, C = 3, D = 2,$

(4) $A = 3, B = 2, C = \sin, D = 2,$

(5) $A = 4, B = \log, C = 2, D = 2$

微積分後期期末試験 No. 1

問 1. 次の不定積分を計算し、空欄を 1, 2, 3, 4, 5, sin, cos, log で埋めよ。

ただし、解答用紙の s は sin、 c は cos、 ℓ は log を表す。

$$(1) \int \cos^3 x \sin x \, dx = -\frac{1}{\boxed{A}} \boxed{B}^{\boxed{C}} x + C$$

$$(2) \int \frac{1}{x^2 + 2x + 5} \, dx = \frac{1}{\boxed{A}} \operatorname{Tan}^{-1} \frac{x + \boxed{B}}{\boxed{C}} + C$$

$$(3) \int (3x + 1) \cos 2x \, dx = \frac{(3x + 1)}{\boxed{A}} \boxed{B} 2x + \frac{3}{\boxed{C}} \boxed{D} 2x + C$$

$$(4) \int \frac{x + 7}{(x + 1)(x - 2)} \, dx = \boxed{A} \left| \frac{(x - \boxed{B})^{\boxed{C}}}{(x + \boxed{D})^{\boxed{E}}} \right| + C$$

問 2. 次の定積分を計算し、空欄を 1, 2, 3, 4, 5, 6, π , e で埋めよ。

$$(1) \int_0^{\sqrt[3]{\frac{\pi}{3}}} x^2 \sin x^3 dx = \frac{\boxed{A}}{\boxed{B}}$$

$$(2) \int_0^{\frac{\pi}{9}} x \sin 3x dx = \frac{\boxed{A}\sqrt{3} - \boxed{B}}{54}$$

$$(3) \int_{-2}^{-\frac{1}{2}} \frac{1}{\sqrt{5-4x-x^2}} dx = \frac{\boxed{A}}{\boxed{B}}$$

問 3. 次の偏微分を計算し、空欄を 1, 2, 3, 4, x , x^2 , y , y^2 で埋めよ。

$$(1) z = \sqrt{x^4 + 2x^3y^2 + y^3}, \quad \frac{\partial z}{\partial x} = \frac{\boxed{A}x^3 + \boxed{B}x^2y^2}{\sqrt{x^4 + 2x^3y^2 + y^3}}, \quad \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{\boxed{C}x^3y + \boxed{D}y^2}{2\sqrt{x^4 + 2x^3y^2 + y^3}}$$

$$(2) z = x^2ye^{3x+y^2}, \quad z_x = (2\boxed{A} + 3\boxed{B})ye^{3x+y^2}, \quad z_y = (\boxed{C} + 2\boxed{D})x^2e^{3x+y^2}$$

$$(3) z = \text{Sin}^{-1} \frac{y}{x}, \quad \frac{\partial z}{\partial x} = -\frac{\boxed{B}}{\boxed{A}\sqrt{x^2 - y^2}}, \quad \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{\boxed{D}}{\sqrt{x^2 - \boxed{C}}}$$

微積分後期期末試験 No. 2

問4. 陰関数 $x^2 + 2xy + 2y^2 = 3$ の両辺を x で微分することにより、 y' , y'' を求める。

$$y' = -\frac{\boxed{A}x + \boxed{B}y}{x + \boxed{C}y}, \quad y'' = -\frac{\boxed{D}}{(x + \boxed{E}y)\boxed{F}}$$

問5. 解答用紙の s は \sin を、 c は \cos を表す。

不定積分 $I = \int e^{ax} \sin bx \, dx$, $J = \int e^{ax} \cos bx \, dx$ を求める。

積分 $\int e^{ax} \, dx = \frac{1}{\boxed{A}} e^{ax} + C$ を使用して、 I に部分積分を適用すると、

$$I = \frac{1}{\boxed{A}} e^{ax} \boxed{B} bx - \frac{\boxed{C}}{\boxed{A}} \int e^{ax} \boxed{D} bx \, dx$$

同様に、 J にも部分積分を適用すると

$$J = \frac{1}{\boxed{A}} e^{ax} \boxed{E} bx + \frac{\boxed{C}}{\boxed{A}} \int e^{ax} \boxed{F} bx \, dx$$

以上から、上式を I , J に関する連立方程式とみなして、解くと

$$I = \frac{e^{ax}}{a^2 + b^2} \left(\boxed{G} \sin bx - \boxed{H} \cos bx \right), \quad J = \frac{e^{ax}}{a^2 + b^2} \left(\boxed{I} \sin bx + \boxed{J} \cos bx \right)$$

問6. ラプラス変換 $L(f) = \int_0^\infty e^{-tx} f(x) \, dx$ を求める。

ただし、以下では、 $a > 0$ に対し、 $\lim_{x \rightarrow \infty} e^{-ax} f(x) = 0$ とする。

$$(1) L(1) = \int_0^\infty e^{-tx} \, dx = \frac{1}{\boxed{A}}$$

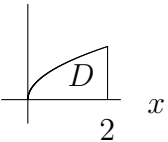
$$(2) L(e^{ax}) = \int_0^\infty e^{-tx} e^{ax} \, dx = \frac{1}{\boxed{B} - \boxed{C}}, \quad (t > a)$$

$$(3) \int e^{-tx} \, dx = -\frac{e^{-tx}}{\boxed{A}} \text{ より、部分積分から、}$$

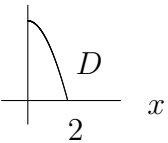
$$L(x) = \int_0^\infty e^{-tx} x \, dx = \left[-\frac{e^{-tx}}{\boxed{A}} x \right]_0^\infty + \frac{\boxed{E}}{\boxed{D}} \int_0^\infty e^{-tx} \, dx = \frac{\boxed{G}}{\boxed{F}}$$

問 7. 次の重積分を計算し、空欄を 1, 2, 3, 4, 5, 6, π , e で埋めよ。

(1) $y = \sqrt{x}$ $\iint_D xy \, dS = \frac{\boxed{A}}{\boxed{B}}$



(2) $y = 4 - x^2$ $\iint_D \frac{2}{(y + x^2 + 4)^2} \, dS = \frac{\boxed{A} - \boxed{B}}{\boxed{C}}$



問 8. 次の微分方程式を解き、空欄を 2, 3, 4, x , x^2 , x^3 , \cos , \sin で埋めよ。
ただし、解答用紙の c は \cos を、 s は \sin を表す。

(1) $x^2 y' = 2y$, 解 $y = Ae^{-\frac{\boxed{A}}{\boxed{B}}}$

(2) $y' = y \cos x + \frac{1}{\sqrt{x}} e^{\sin x}$, 解 $y = \boxed{A} \sqrt{\boxed{B}} e^{\boxed{C}x} + Ce^{\boxed{C}x}$

後期試験

学籍番号

--	--	--	--	--	--	--

氏名

--

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

問 1(1)

A	1	2	3	4	5	s	c	ℓ
B	1	2	3	4	5	s	c	ℓ
C	1	2	3	4	5	s	c	ℓ

(2)

A	1	2	3	4	5	s	c	ℓ
B	1	2	3	4	5	s	c	ℓ
C	1	2	3	4	5	s	c	ℓ

(3)

A	1	2	3	4	5	s	c	ℓ
B	1	2	3	4	5	s	c	ℓ
C	1	2	3	4	5	s	c	ℓ

(4)

A	1	2	3	4	5	s	c	ℓ
B	1	2	3	4	5	s	c	ℓ
C	1	2	3	4	5	s	c	ℓ
D	1	2	3	4	5	s	c	ℓ
E	1	2	3	4	5	s	c	ℓ

問 2(1)

A	1	2	3	4	5	6	π	e
B	1	2	3	4	5	6	π	e

(2)

A	1	2	3	4	5	6	π	e
B	1	2	3	4	5	6	π	e

(3)

A	1	2	3	4	5	6	π	e
B	1	2	3	4	5	6	π	e

問 3(1)

A	1	2	3	4	x	x ²	y	y ²
B	1	2	3	4	x	x ²	y	y ²
C	1	2	3	4	x	x ²	y	y ²
D	1	2	3	4	x	x ²	y	y ²

(2)

A	1	2	3	4	x	x ²	y	y ²
B	1	2	3	4	x	x ²	y	y ²
C	1	2	3	4	x	x ²	y	y ²
D	1	2	3	4	x	x ²	y	y ²

(3)

A	1	2	3	4	x	x ²	y	y ²
B	1	2	3	4	x	x ²	y	y ²
C	1	2	3	4	x	x ²	y	y ²
D	1	2	3	4	x	x ²	y	y ²

問 4

A	1	2	3	4	5	6	7	8
B	1	2	3	4	5	6	7	8
C	1	2	3	4	5	6	7	8

D	1	2	3	4	5	6	7	8
E	1	2	3	4	5	6	7	8
F	1	2	3	4	5	6	7	8

問 5

A	x	e	a	a ²	b	b ²	s	c
B	x	e	a	a ²	b	b ²	s	c
C	x	e	a	a ²	b	b ²	s	c

D	x	e	a	a ²	b	b ²	s	c
E	x	e	a	a ²	b	b ²	s	c
F	x	e	a	a ²	b	b ²	s	c

G	x	e	a	a ²	b	b ²	s	c
H	x	e	a	a ²	b	b ²	s	c
I	x	e	a	a ²	b	b ²	s	c

J	x	e	a	a ²	b	b ²	s	c
A	1	2	3	x	t	t ²	a	e
B	1	2	3	x	t	t ²	a	e

問 6

C	1	2	3	x	t	t ²	a	e
D	1	2	3	x	t	t ²	a	e
E	1	2	3	x	t	t ²	a	e

F	1	2	3	x	t	t ²	a	e
G	1	2	3	x	t	t ²	a	e
A	1	2	3	4	5	6	π	e

問 7(1)

B	1	2	3	4	5	6	π	e
A	1	2	3	4	5	6	π	e
B	1	2	3	4	5	6	π	e

(2)

C	1	2	3	4	5	6	π	e
A	2	3	4	x	x ²	x ³	c	s
B	2	3	4	x	x ²	x ³	c	s

問 8(1)

A	2	3	4	x	x ²	x ³	c	s
B	2	3	4	x	x ²	x ³	c	s
C	2	3	4	x	x ²	x ³	c	s

(2)

--	--	--	--	--	--	--

--

0	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
1	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ①
2	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ②
3	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ③
4	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ④
5	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑤
6	<input type="radio"/> ⑥	<input type="radio"/> ⑥	<input type="radio"/> ⑥	<input type="radio"/> ⑥	<input type="radio"/> ⑥	<input type="radio"/> ⑥	<input type="radio"/> ⑥
7	<input type="radio"/> ⑦	<input type="radio"/> ⑦	<input type="radio"/> ⑦	<input type="radio"/> ⑦	<input type="radio"/> ⑦	<input type="radio"/> ⑦	<input type="radio"/> ⑦
8	<input type="radio"/> ⑧	<input type="radio"/> ⑧	<input type="radio"/> ⑧	<input type="radio"/> ⑧	<input type="radio"/> ⑧	<input type="radio"/> ⑧	<input type="radio"/> ⑧
9	<input type="radio"/> ⑨	<input type="radio"/> ⑨	<input type="radio"/> ⑨	<input type="radio"/> ⑨	<input type="radio"/> ⑨	<input type="radio"/> ⑨	<input type="radio"/> ⑨

問 1(1)

A	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input checked="" type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> s	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> ℓ
B	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> s	<input checked="" type="radio"/> c	<input type="radio"/> ℓ
C	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input checked="" type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> s	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> ℓ

(2)

A	<input type="radio"/> ①	<input checked="" type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> s	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> ℓ
B	<input checked="" type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> s	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> ℓ
C	<input type="radio"/> ①	<input checked="" type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> s	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> ℓ

(3)

A	<input type="radio"/> ①	<input checked="" type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> s	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> ℓ
B	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input checked="" type="radio"/> c	<input type="radio"/> ℓ	
C	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input checked="" type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> s	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> ℓ
D	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> s	<input checked="" type="radio"/> ℓ	

(4)

A	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> s	<input type="radio"/> c	<input checked="" type="radio"/> ℓ
B	<input type="radio"/> ①	<input checked="" type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> s	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> ℓ
C	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input checked="" type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> s	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> ℓ
D	<input checked="" type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> s	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> ℓ
E	<input type="radio"/> ①	<input checked="" type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> s	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> ℓ

問 2(1)

A	<input checked="" type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑥	<input type="radio"/> π	<input type="radio"/> e
B	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input checked="" type="radio"/> ⑥	<input type="radio"/> π	<input type="radio"/> e

(2)

A	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input checked="" type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑥	<input type="radio"/> π	<input type="radio"/> e
B	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑥	<input checked="" type="radio"/> π	<input type="radio"/> e

(3)

A	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑥	<input checked="" type="radio"/> π	<input type="radio"/> e
B	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input checked="" type="radio"/> ⑥	<input type="radio"/> π	<input type="radio"/> e

問 3(1)

A	<input type="radio"/> ①	<input checked="" type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> x	<input type="radio"/> x ²	<input type="radio"/> y	<input type="radio"/> y ²
B	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input checked="" type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> x	<input type="radio"/> x ²	<input type="radio"/> y	<input type="radio"/> y ²
C	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input checked="" type="radio"/> ④	<input type="radio"/> x	<input type="radio"/> x ²	<input type="radio"/> y	<input type="radio"/> y ²
D	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input checked="" type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> x	<input type="radio"/> x ²	<input type="radio"/> y	<input type="radio"/> y ²

(2)

A	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input checked="" type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> x ²	<input type="radio"/> y	<input type="radio"/> y ²
B	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> x	<input checked="" type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> y	<input type="radio"/> y ²
C	<input checked="" type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> x	<input type="radio"/> x ²	<input type="radio"/> y	<input type="radio"/> y ²
D	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> x	<input type="radio"/> x ²	<input type="radio"/> y	<input checked="" type="radio"/> ⑤

(3)

A	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input checked="" type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> x ²	<input type="radio"/> y	<input type="radio"/> y ²
B	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> x	<input type="radio"/> x ²	<input checked="" type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> y ²
C	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> x	<input type="radio"/> x ²	<input type="radio"/> y	<input checked="" type="radio"/> ⑤
D	<input checked="" type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> x	<input type="radio"/> x ²	<input type="radio"/> y	<input type="radio"/> y ²

問 4

A	<input checked="" type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑥	<input type="radio"/> ⑦	<input type="radio"/> ⑧
B	<input checked="" type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑥	<input type="radio"/> ⑦	<input type="radio"/> ⑧
C	<input type="radio"/> ①	<input checked="" type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑥	<input type="radio"/> ⑦	<input type="radio"/> ⑧

問 5

D	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input checked="" type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑥	<input type="radio"/> ⑦	<input type="radio"/> ⑧
E	<input type="radio"/> ①	<input checked="" type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑥	<input type="radio"/> ⑦	<input type="radio"/> ⑧
F	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input checked="" type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑥	<input type="radio"/> ⑦	<input type="radio"/> ⑧
A	<input type="radio"/> x	<input type="radio"/> e	<input checked="" type="radio"/> a	<input type="radio"/> a ²	<input type="radio"/> b	<input type="radio"/> b ²	<input type="radio"/> s	<input type="radio"/> c
B	<input type="radio"/> x	<input type="radio"/> e	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> a ²	<input type="radio"/> b	<input type="radio"/> b ²	<input checked="" type="radio"/> s	<input type="radio"/> c
C	<input type="radio"/> x	<input type="radio"/> e	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> a ²	<input checked="" type="radio"/> b	<input type="radio"/> b ²	<input type="radio"/> s	<input type="radio"/> c
D	<input type="radio"/> x	<input type="radio"/> e	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> a ²	<input type="radio"/> b	<input type="radio"/> b ²	<input type="radio"/> s	<input checked="" type="radio"/> c
E	<input type="radio"/> x	<input type="radio"/> e	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> a ²	<input type="radio"/> b	<input type="radio"/> b ²	<input type="radio"/> s	<input checked="" type="radio"/> c
F	<input type="radio"/> x	<input type="radio"/> e	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> a ²	<input type="radio"/> b	<input type="radio"/> b ²	<input checked="" type="radio"/> s	<input type="radio"/> c
G	<input type="radio"/> x	<input type="radio"/> e	<input checked="" type="radio"/> a	<input type="radio"/> a ²	<input type="radio"/> b	<input type="radio"/> b ²	<input type="radio"/> s	<input type="radio"/> c
H	<input type="radio"/> x	<input type="radio"/> e	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> a ²	<input checked="" type="radio"/> b	<input type="radio"/> b ²	<input type="radio"/> s	<input type="radio"/> c
I	<input type="radio"/> x	<input type="radio"/> e	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> a ²	<input checked="" type="radio"/> b	<input type="radio"/> b ²	<input type="radio"/> s	<input type="radio"/> c
J	<input type="radio"/> x	<input type="radio"/> e	<input checked="" type="radio"/> a	<input type="radio"/> a ²	<input type="radio"/> b	<input type="radio"/> b ²	<input type="radio"/> s	<input type="radio"/> c

問 6

A	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> x	<input checked="" type="radio"/> t	<input type="radio"/> t ²	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> e
B	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> x	<input checked="" type="radio"/> t	<input type="radio"/> t ²	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> e
C	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> x	<input type="radio"/> t	<input type="radio"/> t ²	<input checked="" type="radio"/> a	<input type="radio"/> e
D	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> x	<input checked="" type="radio"/> t	<input type="radio"/> t ²	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> e
E	<input checked="" type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> x	<input type="radio"/> t	<input type="radio"/> t ²	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> e
F	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> x	<input type="radio"/> t	<input checked="" type="radio"/> t ²	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> e
G	<input checked="" type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> x	<input type="radio"/> t	<input type="radio"/> t ²	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> e

問 7(1)

A	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input checked="" type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑥	<input type="radio"/> π	<input type="radio"/> e
B	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input checked="" type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑥	<input type="radio"/> π	<input type="radio"/> e

(2)

A	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑥	<input checked="" type="radio"/> π	<input type="radio"/> e
B	<input type="radio"/> ①	<input checked="" type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑥	<input type="radio"/> π	<input type="radio"/> e
C	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input checked="" type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑥	<input type="radio"/> π	<input type="radio"/> e

問 8(1)

A	<input checked="" type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> x	<input type="radio"/> x ²	<input type="radio"/> x ³	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> s
B	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input checked="" type="radio"/> x	<input type="radio"/> x ²	<input type="radio"/> x ³	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> s

(2)

A	<input checked="" type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> x	<input type="radio"/> x ²	<input type="radio"/> x ³	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> s
B	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input checked="" type="radio"/> x	<input type="radio"/> x ²	<input type="radio"/> x ³	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> s
C	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> x	<input type="radio"/> x ²	<input type="radio"/> x ³	<input type="radio"/> c	<input checked="" type="radio"/> s

微積分後期期末試験 2 解答

問 1

(1) $A = 4$, $B = \cos$, $C = 4$,

(2) $A = 2$, $B = 1$, $C = 2$,

(3) $A = 2$, $B = \sin$, $C = 4$, $D = \cos$,

(4) $A = \log$, $B = 2$, $C = 3$, $D = 1$, $E = 2$

問 2

(1) $A = 1$, $B = 6$, (2) $A = 3$, $B = \pi$, (3) $A = \pi$, $B = 6$,

問 3

(1) $A = 2$, $B = 3$, $C = 4$, $D = 3$,

(2) $A = x$, $B = x^2$, $C = 1$, $D = y^2$,

(3) $A = x$, $B = y$, $C = y^2$, $D = 1$,

問 4

$A = 1$, $B = 1$, $C = 2$, $D = 3$, $E = 2$, $F = 3$

問 5

$A = a$, $B = \sin$, $C = b$, $D = \cos$, $E = \cos$, $F = \sin$, $G = a$, $H = b$, $I = b$, $J = a$

問 6

$A = t$, $B = t$, $C = a$, $D = t$, $E = 1$, $F = t^2$, $G = 1$,

問 7

(1) $A = 4$, $B = 3$,

(2) $A = \pi$, $B = 2$, $C = 4$

問 8

(1) $A = 2$, $B = x$,

(2) $A = 2$, $B = x$, $C \sin$

微積分前期期末試験 No.1

問1. 次の証明の空欄を埋めよ。

(1) 定理 X を上に有界な実数の集合とする。 $a = \sup X$ とすると、

X の数列 $\{x_n\}$ で a に収束する数列がある。

(証明) n を自然数とする。 a は上限であるから、 a 未満の $a - \frac{1}{n}$ は上界でない。

よって $a - \frac{1}{n} < x_n \leq a$ となる $x_n \in X$ がある。

$\forall \epsilon > 0$ に対し、 $\frac{1}{A} < N$ となる N を選ぶと、 $n > N \Rightarrow |x_n - B| = B - x_n < \frac{1}{C} < D$ □

(2) 定理 有界な数列 $\{x_n\}$ には集積点 a がある。

(証明) 有界より、 $\exists a_1, \exists b_1, A n \in \mathbb{N}; a_1 \leq x_n \leq b_1$ である。 $c_1 = \frac{a_1 + b_1}{2}, n_1 = 1$ とする。

そこで、増加数列 $\{a_i\}$ 、減少数列 $\{b_i\}$ 、増加数列 $\{n_i\}$ 、 $c_i = \frac{a_i + b_i}{2}$ を、

$$a_i < b_i, x_n \in [a_i, b_i] \text{ となる } n \text{ が無限個ある、 } b_i - a_i = \frac{b_1 - a_1}{2^{i-1}}, x_{n_i} \in [a_i, b_i]$$

を満たすように、順に、次のように選ぶ。 $i - 1$ まで上のように選んであるとする。

$x_n \in [a_{i-1}, c_{i-1}]$ となる B が無限個あるならば、

その中で n_1, \dots, n_{i-1} よりも大きい物を n_C とし、 $a_C = a_{i-1}, b_C = c_{i-1}$ とする。

そうでないならば、 $x_n \in [c_{i-1}, b_{i-1}]$ となる B が無限個あるから、

同様に十分大きい n_C を選び、 $a_C = c_{i-1}, b_C = b_{i-1}$ とする。

以上の a_C, b_C, n_C が条件を満たすことは明らかである。

$\{a_i\}$ は上に有界な増加数列であり、 $\{b_i\}$ は下に有界な減少数列であるから、どちらも収束する。

$a = \lim_{i \rightarrow \infty} a_i, b = \lim_{i \rightarrow \infty} b_i$ とすると、 $\lim_{i \rightarrow \infty} (b_C - a_C) = \lim_{i \rightarrow \infty} \frac{b_1 - a_1}{2^{D-1}} = 0$ から、 $E = a$ である。

挟み撃ちの定理により、 $\lim_{i \rightarrow \infty} x_{n_i} = F$ □

(3) 定理 関数 $y = f(x)$ が区間 $[a, b]$ で連続で、

$f(a) > 0, f(b) < 0$ ならば、 $\exists c \in (a, b); f(c) = 0$

(証明) $X = \{x \in [a, b]; f(x) < 0\}$ とする。 $b \in X$ より $X \neq \emptyset$ であり、

下に有界であるから、下限 $c = \inf X$ がある。

1) $f(c) > 0$ とする。 $0 < \epsilon < f(c)$ となる $\epsilon > 0$ がある。 c での連続の定義で、 ϵ に対応する δ を取る。

すると、 $c < A < c + \delta$ ならば、 $|A - c| = A - c < \delta$ だから、

$$|f(A) - f(c)| < \epsilon, 0 < f(c) - \epsilon < f(A) < f(c) + \epsilon$$

一方、 B は下限であるから、 $B \leq x < B + \delta$ となる $x \in X$ がある。

ここで、 $c \notin X$ より $B < x < B + \delta$ である。

$x \in X$ は $f(x) < 0$ を意味し、上と矛盾する。

2) $f(c) < 0$ とする。 $0 < \epsilon < -f(c)$ となる ϵ がある。

c での連続の定義で、 ϵ に対応する δ を取る。

$\boxed{D} - \delta < x < \boxed{D}$ となる x に対し、 $|x - \boxed{D}| = \boxed{D} - x < \delta$ だから、

$$|f(x) - f(\boxed{D})| < \boxed{E}, f(\boxed{D}) - \boxed{E} < f(x) < f(\boxed{D}) + \boxed{E} \quad \boxed{F} 0$$

よって、 $x \in X$ であり、 c が X の下限である事に矛盾する。

3) $f(c) > 0, f(c) < 0$ どちらも矛盾するから $f(c) = \boxed{G}$ \square

(4) 定理 関数 $y = f(x)$ が区間 $[a, b]$ で連続ならば、最大値 $f(c), c \in [a, b]$ がある。

(証明) $F = \{f(x) | x \in [a, b]\}$ とする。

1) もし、 F が、上に有界でないならば、 $\forall n \in \mathbf{N}, \exists x_n \in [a, b]; f(x_n) > n$

集積点定理により、部分数列 $\{x_{n_i}\}$ があり、 $\lim_{i \rightarrow \infty} x_{n_i} = d \in [a, b]$

連続より、 $\lim_{i \rightarrow \infty} f(x_{n_i}) = f(\boxed{A})$ である。

だが、 x_{n_i} の定義より $\lim_{i \rightarrow \infty} f(x_{n_i}) = \boxed{B}$ であり矛盾する。

よって、 F は上に有界。

2) $F \neq \emptyset$ だから、上限 m がある。

その時、 F の数列 $\{f(x_n)\}$ で m に収束するものがある。

集積点定理より、収束する部分数列 $\{x_{n_i}\}$ がある。その収束値を $c \in [a, b]$ とする。

連続より、 $f(\boxed{C}) = f\left(\lim_{i \rightarrow \infty} x_{n_i}\right) = \lim_{i \rightarrow \infty} f(x_{n_i}) = \boxed{D}$ だから $\boxed{E} \in F$ である。

よって、 $f(\boxed{F}) = \boxed{E}$ は F の最大値である。 \square

(5) 定理 関数 $y = f(x)$ が区間 $[a, b]$ で連続、 (a, b) で微分可能、

$f(a) = f(b)$ ならば、 $\exists c \in (a, b); f'(c) = 0$ である。

(証明) 最大値の定理より、 $f(x)$ の最大値 $f(c), c \in [a, b]$ がある。

もし、 $c = a$ または $c = b$ ならば、 $f(d)$ が最小値になる $d \in (a, b)$ があるから、

以下と同じ証明で $f'(d) = 0$ が言える。

よって、 $c \in (a, b)$ と仮定する。

$f(c)$ は最大値であるから、 $c + h \in [a, b]$ ならば、 $f(c + \boxed{A}) - f(c) \quad \boxed{B} 0$

もし、 $\boxed{A} > 0$ ならば $f'(c) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(c + \boxed{A}) - f(c)}{\boxed{A}} \quad \boxed{C} 0$

もし、 $\boxed{A} < 0$ ならば $f'(c) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(c + \boxed{A}) - f(c)}{\boxed{A}} \quad \boxed{D} 0$

よって、 $f'(c) = \boxed{E}$ \square

微積分前期期末試験 No.2

(6) 定理 二つの関数 $y = f(x)$, $y = g(x)$ が区間 $[a, b]$ で連続、 (a, b) で微分可能であり、 (a, b) で $g'(x) \neq 0$ ならば、 $\exists c \in (a, b); \frac{f(b) - f(a)}{g(b) - g(a)} = \frac{f'(c)}{g'(c)}$ である。

(証明) 1) もし、 $g(b) - g(a) = 0$ であるならば、
ロールの定理により、 $\boxed{A} c \in (a, b); g'(c) = 0$ となる。
これは、仮定 $g'(x) \neq 0$ と矛盾するから、 $g(b) - g(a) \neq 0$

2) $F(x) = f(x)\{g(b) - g(a)\} - \{f(b) - f(a)\}g(x)$ と置くと、

$$F(b) = -f(b)g(\boxed{B}) + f(\boxed{B})g(b) = F(\boxed{B}),$$

$$F'(x) = f'(x)\{g(\boxed{C}) - g(a)\} - \{f(\boxed{C}) - f(a)\}g'(x) \text{ より、}$$

$$\text{ロールの定理から、} \exists c \in (a, b); F'(\boxed{D}) = f'(\boxed{D})\{g(\boxed{C}) - g(a)\} - \{f(\boxed{C}) - f(a)\}g'(\boxed{D}) = \boxed{E}$$

$$\text{よって、} \{f(\boxed{C}) - f(a)\}g'(\boxed{D}) = f'(\boxed{D})\{g(\boxed{C}) - g(a)\}$$

これから定理は明らかである。 \square

問 2. 次の空欄を埋めよ。

$$(1) \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a \text{ の定義: } \forall \epsilon > 0, \boxed{A} N; \boxed{B} > N \Rightarrow |a_n - \boxed{C}| < \epsilon$$

$$(2) \text{ 下限 } a = \inf X \text{ の定義: } (\boxed{A} x \in X; x \boxed{B} a) \wedge \{(\boxed{A} x \in X; x \boxed{B} b) \Rightarrow a \boxed{C} b\}$$

問 3. 次の集合 X の下限 $a = \inf X$ および上限 $b = \sup X$ を求めよ。

$$X = \left\{ \frac{n+2}{n} \mid n \in \mathbf{N} \right\}, a = \inf X, b = \sup X$$

問 4. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n+1}{n-1} = 3$ の次の証明の空欄を埋めよ。

(証明) $\forall \epsilon > 0$ に対し、 $\frac{\boxed{A}}{\epsilon} + \boxed{B} < N$ となるように N を取る。すると、

$$n > N \text{ ならば、} \frac{\boxed{A}}{n - \boxed{B}} < \epsilon \text{ より、} \left| \frac{3n+1}{n-1} - \boxed{C} \right| < \epsilon \quad \square$$

問 5. 次のべき級数の収束半径 R を求めよ。

$$(1) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{3}{2^n} x^n \quad (2) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2n+1}{3^n+1} x^n$$

問 6. $f(x) = \sin 2x$ のマクローリン展開の 3 次項 $-\frac{\boxed{B}}{\boxed{A}} x^3$ の係数を求めよ。

問 7. 次の微分を計算し、空欄を 1, 2, 3, 4, 5, sin, cos, log で埋めよ。

なお、解答欄の s は sin, c は cos, ℓ は log を表す。

$$(1) \frac{d}{dx} \left(\sqrt[3]{\sin x} \right) = \frac{\boxed{A} x}{3 \sqrt[3]{\boxed{B} x} \boxed{C}}$$

$$(2) \left(e^{2x} \cos 3x \right)' = e^{2x} (\boxed{A} \cos 3x - \boxed{B} \boxed{C} 3x)$$

$$(3) \frac{d}{dx} \left(\log(x^2 + 4) \tan^{-1} \frac{x}{2} \right) = \frac{\boxed{A} x \tan^{-1} \frac{x}{2} + \boxed{B} \boxed{C} (x^2 + \boxed{D})}{x^2 + 4}$$

$$(4) \left(\frac{\sin^{-1} \frac{x}{2}}{e^{3x}} \right)' = \frac{\boxed{A} - \boxed{B} \sqrt{\boxed{C} - x^2} \sin^{-1} \frac{x}{2}}{e^{\boxed{D} x} \sqrt{\boxed{C} - x^2}}$$

$$(5) \frac{d}{dx} \left(\frac{\log |x^3 + 1|}{\sin 2x} \right) = \frac{\boxed{A} x^2 \sin 2x - \boxed{B} (x^3 + 1) \log |x^3 + 1| \boxed{C} 2x}{(x^3 + 1) \sin \boxed{D} 2x}$$

前期試験

学籍番号

--	--	--	--	--	--	--

氏名

--

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

問1(1)

A	\forall	\exists	ϵ	δ	n	m	a	b
B	\forall	\exists	ϵ	δ	n	m	a	b
C	\forall	\exists	ϵ	δ	n	m	a	b
D	\forall	\exists	ϵ	δ	n	m	a	b

(2)

A	\forall	\exists	ϵ	δ	n	i	a	b
B	\forall	\exists	ϵ	δ	n	i	a	b
C	\forall	\exists	ϵ	δ	n	i	a	b
D	\forall	\exists	ϵ	δ	n	i	a	b
E	\forall	\exists	ϵ	δ	n	i	a	b
F	\forall	\exists	ϵ	δ	n	i	a	b

(3)

A	ϵ	δ	a	c	x	0	$<$	$>$
B	ϵ	δ	a	c	x	0	$<$	$>$
C	ϵ	δ	a	c	x	0	$<$	$>$
D	ϵ	δ	a	c	x	0	$<$	$>$
E	ϵ	δ	a	c	x	0	$<$	$>$
F	ϵ	δ	a	c	x	0	$<$	$>$

(4)

A	\forall	\exists	c	d	n	m	0	∞
B	\forall	\exists	c	d	n	m	0	∞
C	\forall	\exists	c	d	n	m	0	∞
D	\forall	\exists	c	d	n	m	0	∞
E	\forall	\exists	c	d	n	m	0	∞
F	\forall	\exists	c	d	n	m	0	∞

(5)

A	\forall	\exists	0	c	h	x	$<$	$>$
B	\forall	\exists	0	c	h	x	$<$	$>$
C	\forall	\exists	0	c	h	x	$<$	$>$
D	\forall	\exists	0	c	h	x	$<$	$>$
E	\forall	\exists	0	c	h	x	$<$	$>$

(6)

A	\forall	\exists	0	a	b	c	x	$=$
B	\forall	\exists	0	a	b	c	x	$=$
C	\forall	\exists	0	a	b	c	x	$=$
D	\forall	\exists	0	a	b	c	x	$=$
E	\forall	\exists	0	a	b	c	x	$=$

問2(1)

A	\forall	\exists	ϵ	δ	a	n	$<$	$>$
B	\forall	\exists	ϵ	δ	a	n	$<$	$>$
C	\forall	\exists	ϵ	δ	a	n	$<$	$>$

(2)

A	\forall	\exists	ϵ	δ	a	x	$<$	$>$
B	\forall	\exists	ϵ	δ	a	x	$<$	$>$
C	\forall	\exists	ϵ	δ	a	x	$<$	$>$

問3

a	1	2	3	4	5	6	7	8
b	1	2	3	4	5	6	7	8

問4

A	1	2	3	4	5	6	7	8
B	1	2	3	4	5	6	7	8
C	1	2	3	4	5	6	7	8

問5

(1)	1	2	3	4	5	6	7	8
(2)	1	2	3	4	5	6	7	8

問6

A	1	2	3	4	5	6	7	8
B	1	2	3	4	5	6	7	8

問7(1)

A	1	2	3	4	5	s	c	ℓ
B	1	2	3	4	5	s	c	ℓ
C	1	2	3	4	5	s	c	ℓ

(2)

A	1	2	3	4	5	s	c	ℓ
B	1	2	3	4	5	s	c	ℓ
C	1	2	3	4	5	s	c	ℓ

(3)

A	1	2	3	4	5	s	c	ℓ
B	1	2	3	4	5	s	c	ℓ
C	1	2	3	4	5	s	c	ℓ

(4)

A	1	2	3	4	5	s	c	ℓ
B	1	2	3	4	5	s	c	ℓ
C	1	2	3	4	5	s	c	ℓ

(5)

A	1	2	3	4	5	s	c	ℓ
B	1	2	3	4	5	s	c	ℓ
C	1	2	3	4	5	s	c	ℓ
D	1	2	3	4	5	s	c	ℓ

--	--	--	--	--	--	--

--

0	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
1	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ①
2	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ②
3	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ③
4	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ④
5	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑤
6	<input type="radio"/> ⑥	<input type="radio"/> ⑥	<input type="radio"/> ⑥	<input type="radio"/> ⑥	<input type="radio"/> ⑥	<input type="radio"/> ⑥	<input type="radio"/> ⑥
7	<input type="radio"/> ⑦	<input type="radio"/> ⑦	<input type="radio"/> ⑦	<input type="radio"/> ⑦	<input type="radio"/> ⑦	<input type="radio"/> ⑦	<input type="radio"/> ⑦
8	<input type="radio"/> ⑧	<input type="radio"/> ⑧	<input type="radio"/> ⑧	<input type="radio"/> ⑧	<input type="radio"/> ⑧	<input type="radio"/> ⑧	<input type="radio"/> ⑧
9	<input type="radio"/> ⑨	<input type="radio"/> ⑨	<input type="radio"/> ⑨	<input type="radio"/> ⑨	<input type="radio"/> ⑨	<input type="radio"/> ⑨	<input type="radio"/> ⑨

問1(1)

A	<input type="radio"/> ∇	<input type="radio"/> ⊖	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> δ	<input type="radio"/> n	<input type="radio"/> m	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> b
B	<input type="radio"/> ∇	<input type="radio"/> ⊖	<input type="radio"/> ε	<input type="radio"/> δ	<input type="radio"/> n	<input type="radio"/> m	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> b
C	<input type="radio"/> ∇	<input type="radio"/> ⊖	<input type="radio"/> ε	<input type="radio"/> δ	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> m	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> b
D	<input type="radio"/> ∇	<input type="radio"/> ⊖	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> δ	<input type="radio"/> n	<input type="radio"/> m	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> b
(2)	A	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ⊖	<input type="radio"/> ε	<input type="radio"/> δ	<input type="radio"/> n	<input type="radio"/> i	<input type="radio"/> a
B	<input type="radio"/> ∇	<input type="radio"/> ⊖	<input type="radio"/> ε	<input type="radio"/> δ	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> i	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> b
C	<input type="radio"/> ∇	<input type="radio"/> ⊖	<input type="radio"/> ε	<input type="radio"/> δ	<input type="radio"/> n	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> b
D	<input type="radio"/> ∇	<input type="radio"/> ⊖	<input type="radio"/> ε	<input type="radio"/> δ	<input type="radio"/> n	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> b
E	<input type="radio"/> ∇	<input type="radio"/> ⊖	<input type="radio"/> ε	<input type="radio"/> δ	<input type="radio"/> n	<input type="radio"/> i	<input type="radio"/> a	<input checked="" type="radio"/>
F	<input type="radio"/> ∇	<input type="radio"/> ⊖	<input type="radio"/> ε	<input type="radio"/> δ	<input type="radio"/> n	<input type="radio"/> i	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> b
(3)	A	<input type="radio"/> ε	<input type="radio"/> δ	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> c	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> 0	<input type="radio"/> <
B	<input type="radio"/> ε	<input type="radio"/> δ	<input type="radio"/> a	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> x	<input type="radio"/> 0	<input type="radio"/> <	<input type="radio"/> >
C	<input type="radio"/> ε	<input type="radio"/> δ	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> x	<input type="radio"/> 0	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> >
D	<input type="radio"/> ε	<input type="radio"/> δ	<input type="radio"/> a	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> x	<input type="radio"/> 0	<input type="radio"/> <	<input type="radio"/> >
E	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> δ	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> x	<input type="radio"/> 0	<input type="radio"/> <	<input type="radio"/> >
F	<input type="radio"/> ε	<input type="radio"/> δ	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> x	<input type="radio"/> 0	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> >
G	<input type="radio"/> ε	<input type="radio"/> δ	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> x	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> <	<input type="radio"/> >
(4)	A	<input type="radio"/> ∇	<input type="radio"/> ⊖	<input type="radio"/> c	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> n	<input type="radio"/> m	<input type="radio"/> 0
B	<input type="radio"/> ∇	<input type="radio"/> ⊖	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> d	<input type="radio"/> n	<input type="radio"/> m	<input type="radio"/> 0	<input checked="" type="radio"/>
C	<input type="radio"/> ∇	<input type="radio"/> ⊖	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> d	<input type="radio"/> n	<input type="radio"/> m	<input type="radio"/> 0	<input type="radio"/> ∞
D	<input type="radio"/> ∇	<input type="radio"/> ⊖	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> d	<input type="radio"/> n	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> 0	<input type="radio"/> ∞
E	<input type="radio"/> ∇	<input type="radio"/> ⊖	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> d	<input type="radio"/> n	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> 0	<input type="radio"/> ∞
F	<input type="radio"/> ∇	<input type="radio"/> ⊖	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> d	<input type="radio"/> n	<input type="radio"/> m	<input type="radio"/> 0	<input type="radio"/> ∞
(5)	A	<input type="radio"/> ∇	<input type="radio"/> ⊖	<input type="radio"/> 0	<input type="radio"/> c	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> x	<input type="radio"/> <
B	<input type="radio"/> ∇	<input type="radio"/> ⊖	<input type="radio"/> 0	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> h	<input type="radio"/> x	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> >
C	<input type="radio"/> ∇	<input type="radio"/> ⊖	<input type="radio"/> 0	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> h	<input type="radio"/> x	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> >
D	<input type="radio"/> ∇	<input type="radio"/> ⊖	<input type="radio"/> 0	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> h	<input type="radio"/> x	<input type="radio"/> <	<input checked="" type="radio"/>
E	<input type="radio"/> ∇	<input type="radio"/> ⊖	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> h	<input type="radio"/> x	<input type="radio"/> <	<input type="radio"/> >
(6)	A	<input type="radio"/> ∇	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> 0	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> b	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> x
B	<input type="radio"/> ∇	<input type="radio"/> ⊖	<input type="radio"/> 0	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> b	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> x	<input type="radio"/> =
C	<input type="radio"/> ∇	<input type="radio"/> ⊖	<input type="radio"/> 0	<input type="radio"/> a	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> x	<input type="radio"/> =
D	<input type="radio"/> ∇	<input type="radio"/> ⊖	<input type="radio"/> 0	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> b	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> x	<input type="radio"/> =
E	<input type="radio"/> ∇	<input type="radio"/> ⊖	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> b	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> x	<input type="radio"/> =

問2(1)

A	<input type="radio"/> ∇	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ε	<input type="radio"/> δ	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> n	<input type="radio"/> <	<input type="radio"/> >
B	<input type="radio"/> ∇	<input type="radio"/> ⊖	<input type="radio"/> ε	<input type="radio"/> δ	<input type="radio"/> a	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> <	<input type="radio"/> >
C	<input type="radio"/> ∇	<input type="radio"/> ⊖	<input type="radio"/> ε	<input type="radio"/> δ	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> n	<input type="radio"/> <	<input type="radio"/> >
(2)	A	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ⊖	<input type="radio"/> ε	<input type="radio"/> δ	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> x	<input type="radio"/> <
B	<input type="radio"/> ∇	<input type="radio"/> ⊖	<input type="radio"/> ε	<input type="radio"/> δ	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> x	<input type="radio"/> <	<input checked="" type="radio"/>
C	<input type="radio"/> ∇	<input type="radio"/> ⊖	<input type="radio"/> ε	<input type="radio"/> δ	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> x	<input type="radio"/> <	<input checked="" type="radio"/>
a	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑥	<input type="radio"/> ⑦	<input type="radio"/> ⑧
b	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑥	<input type="radio"/> ⑦	<input type="radio"/> ⑧
A	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑥	<input type="radio"/> ⑦	<input type="radio"/> ⑧
B	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑥	<input type="radio"/> ⑦	<input type="radio"/> ⑧
C	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑥	<input type="radio"/> ⑦	<input type="radio"/> ⑧
(1)	<input type="radio"/> ①	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑥	<input type="radio"/> ⑦	<input type="radio"/> ⑧
(2)	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑥	<input type="radio"/> ⑦	<input type="radio"/> ⑧
A	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑥	<input type="radio"/> ⑦	<input type="radio"/> ⑧
B	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑥	<input type="radio"/> ⑦	<input type="radio"/> ⑧
(1)	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> s	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ℓ
B	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> ℓ
C	<input type="radio"/> ①	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> s	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> ℓ
(2)	A	<input type="radio"/> ①	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> s	<input type="radio"/> c
B	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> s	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> ℓ
C	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> ℓ
(3)	A	<input type="radio"/> ①	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> s	<input type="radio"/> c
B	<input type="radio"/> ①	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> s	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> ℓ
C	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> s	<input type="radio"/> c	<input checked="" type="radio"/>
D	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> s	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> ℓ
(4)	A	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> s	<input type="radio"/> c
B	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> s	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> ℓ
C	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> s	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> ℓ
D	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> s	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> ℓ
(5)	A	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> s	<input type="radio"/> c
B	<input type="radio"/> ①	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> s	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> ℓ
C	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> s	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ℓ
D	<input type="radio"/> ①	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> s	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> ℓ

微積分前期期末試験3 解答

問1

- (1) $A = \epsilon, B = a, C = n, D = \epsilon,$
- (2) $A = \forall, B = n, C = i, D = i, E = b, F = a$
- (3) $A = x, B = c, C = <, D = c, E = \epsilon, F = <, G = 0$
- (4) $A = d, B = \infty, C = c, D = m, E = m, F = c$
- (5) $A = h, B = \leq, C = \leq, D = \geq, E = 0$
- (6) $A = \exists, B = a, C = b, D = c, E = 0$

問2

- (1) $A = \exists, B = n, C = a,$
- (2) $A = \forall, B = \geq, C = \geq$

問3 $a = \inf X = 1, b = \sup X = 3$

問4 $A = 4, B = 1, C = 3$

問5 (1) 2 (2) 3

問6 $A = 3, B = 4,$

問7

- (1) $A = \cos, B = \sin, C = 2,$
- (2) $A = 2, B = 3, C = \sin,$
- (3) $A = 2, B = 2, C = \log, D = 4,$
- (4) $A = 1, B = 3, C = 4, D = 3,$
- (5) $A = 3, B = 2, C = \cos, D = 2$

微積分後期期末試験 No. 1

問 1. 次の不定積分を計算し、空欄を 1, 2, 3, 4, 5, sin, cos, log で埋めよ。

ただし、解答用紙の s は sin、 c は cos、 ℓ は log を表す。

$$(1) \int \cos x \sin^4 x \, dx = \frac{1}{\boxed{A}} \boxed{B}^{\boxed{C}} x + C$$

$$(2) \int \frac{1}{x\{(\log |x|)^2 + 4\}} \, dx = \frac{1}{\boxed{A}} \operatorname{Tan}^{-1} \frac{\boxed{B}|x|}{\boxed{C}} + C$$

$$(3) \int x^2 \sin 2x \, dx = -\frac{x^2}{2} \boxed{A} 2x + \frac{x}{2} \boxed{B} 2x + \frac{1}{\boxed{C}} \boxed{D} 2x + C$$

$$(4) \int \frac{2x+8}{(x-2)(x+1)} \, dx = \boxed{A} \left| \frac{(x-\boxed{B})^{\boxed{C}}}{(x+\boxed{D})^{\boxed{E}}} \right| + C$$

問 2. 次の定積分を計算し、空欄を 1, 2, 3, 4, 5, 6, π , e で埋めよ。

$$(1) \int_0^{\frac{\pi^2}{9}} \frac{\sin \sqrt{x}}{3\sqrt{x}} dx = \frac{\boxed{A}}{\boxed{B}}$$

$$(2) \int_0^1 (3x-1)e^{2x} dx = \frac{e^2 + \boxed{A}}{\boxed{B}}$$

$$(3) \int_1^2 \frac{1}{\sqrt{3+2x-x^2}} dx = \frac{\boxed{A}}{\boxed{B}}$$

問 3. 次の偏微分を計算し、空欄を 1, 2, 3, 4, x , x^2 , y , y^2 で埋めよ。

$$(1) z = \log |x^3 + x^2y + y^4|, \quad \frac{\partial z}{\partial x} = \frac{\boxed{A}x^2 + \boxed{B}xy}{x^3 + x^2y + y^4}, \quad \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{\boxed{C} + \boxed{D}y^3}{x^3 + x^2y + y^4}$$

$$(2) z = x^3ye^{2x+y^3}, \quad z_x = (\boxed{A}x + 2\boxed{B})xye^{2x+y^3}, \quad z_y = (\boxed{C} + \boxed{D}y^3)x^3e^{2x+y^3}$$

$$(3) z = \text{Tan}^{-1} \frac{y}{x}, \quad \frac{\partial z}{\partial x} = -\frac{\boxed{B}}{\boxed{A} + y^2}, \quad \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{\boxed{D}}{x^2 + \boxed{C}}$$

微積分後期期末試験 No. 2

問4. 陰関数 $x^2 - 3xy + y^2 = \frac{1}{2}$ の両辺を x で微分することにより、 y' , y'' を求める。

$$y' = \frac{\boxed{A}x - \boxed{B}y}{\boxed{C}x - \boxed{D}y}, \quad y'' = -\frac{\boxed{E}}{(\boxed{C}x - \boxed{D}y)\boxed{F}}$$

問5. 以下の空欄に 0, 1, 2, 3, π , n , \sin , \cos を入れよ。

ただし、解答欄の s は \sin を、 c は \cos を表す。

$I_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^n x \, dx$ を計算する。

$$n = 0, 1 \text{ のとき, } I_0 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^0 x \, dx = \frac{\boxed{A}}{2}, \quad I_1 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x \, dx = \boxed{B}$$

$n \geq 2$ のときは、部分積分により、

$$\begin{aligned} I_n &= \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\boxed{C}x)' \cos^{n-1} x \, dx = (\boxed{D} - 1) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \boxed{E}^2 x \cos^{n-2} x \, dx \\ &= (\boxed{D} - 1)I_{n-\boxed{F}} - (\boxed{D} - 1)I_n \end{aligned}$$

よって、 $I_n = \frac{\boxed{D} - 1}{\boxed{D}} I_{n-\boxed{G}}$ となり、

$$n \text{ が偶数ならば, } I_n = \frac{\boxed{D} - 1}{\boxed{D}} \cdots \frac{1}{\boxed{H}} \frac{\boxed{A}}{2}$$

$$n \text{ が奇数ならば, } I_n = \frac{\boxed{D} - 1}{\boxed{D}} \cdots \frac{\boxed{I}}{\boxed{J}} \boxed{B}$$

問6. 以下の空欄に 0, 1, 2, 3, ∞ , e , x , s を入れよ。

$s > 0$ に対し、 $\Gamma(s) = \int_0^\infty e^{-x} x^{s-1} \, dx$ をガンマ関数とする。

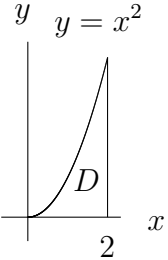
$$(1) \Gamma(1) = \boxed{A}$$

$$(2) \Gamma(2) = \boxed{B}$$

$$(3) \Gamma(s+1) = \left[-\boxed{C} - \boxed{D} x^{\boxed{E}} \right]_0^\infty + \boxed{F} \int_0^\infty \boxed{C} - \boxed{D} x^{\boxed{E}-1} \, dx = \boxed{F} \Gamma(\boxed{G}) = \boxed{F}!$$

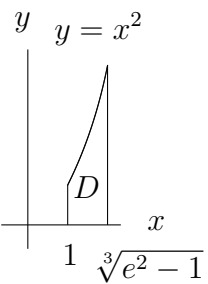
問 7. 次の重積分を計算し、空欄を 1, 2, 3, 4, 5, 6, π , e で埋めよ。

(1)



$$\iint_D \frac{3}{32} x \sqrt{y} \, dS = \frac{\boxed{A}}{\boxed{B}}$$

(2)



$$\iint_D \frac{1}{x^3 + 1} \, dS = \frac{\boxed{A} - \log \boxed{B}}{\boxed{C}}$$

問 8. 次の微分方程式を解き、空欄を 2, 3, 4, x , x^2 , x^3 , \sin , \log で埋めよ。
ただし、解答用紙の s は \sin を、 ℓ は \log を表す。

(1) $xy' = 2\sqrt{9 - y^2}$, 解 $y = 3\boxed{A}(\boxed{B}x^2 + C)$

(2) $x^2y' = y + 2xe^{-\frac{1}{x}}$, 解 $y = e^{-\frac{1}{\boxed{A}}}\boxed{B}\boxed{C} + Ce^{-\frac{1}{\boxed{A}}}$

後期試験

学籍番号

--	--	--	--	--	--	--

氏名

--

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

問 1(1)

A	1	2	3	4	5	s	c	ℓ
B	1	2	3	4	5	s	c	ℓ
C	1	2	3	4	5	s	c	ℓ

(2)

A	1	2	3	4	5	s	c	ℓ
B	1	2	3	4	5	s	c	ℓ
C	1	2	3	4	5	s	c	ℓ

(3)

A	1	2	3	4	5	s	c	ℓ
B	1	2	3	4	5	s	c	ℓ
C	1	2	3	4	5	s	c	ℓ

(4)

A	1	2	3	4	5	s	c	ℓ
B	1	2	3	4	5	s	c	ℓ
C	1	2	3	4	5	s	c	ℓ
D	1	2	3	4	5	s	c	ℓ
E	1	2	3	4	5	s	c	ℓ

問 2(1)

A	1	2	3	4	5	6	π	e
B	1	2	3	4	5	6	π	e

(2)

A	1	2	3	4	5	6	π	e
B	1	2	3	4	5	6	π	e

(3)

A	1	2	3	4	5	6	π	e
B	1	2	3	4	5	6	π	e

問 3(1)

A	1	2	3	4	x	x ²	y	y ²
B	1	2	3	4	x	x ²	y	y ²
C	1	2	3	4	x	x ²	y	y ²
D	1	2	3	4	x	x ²	y	y ²

(2)

A	1	2	3	4	x	x ²	y	y ²
B	1	2	3	4	x	x ²	y	y ²
C	1	2	3	4	x	x ²	y	y ²
D	1	2	3	4	x	x ²	y	y ²

(3)

A	1	2	3	4	x	x ²	y	y ²
B	1	2	3	4	x	x ²	y	y ²
C	1	2	3	4	x	x ²	y	y ²
D	1	2	3	4	x	x ²	y	y ²

問 4

A	1	2	3	4	5	6	7	8
B	1	2	3	4	5	6	7	8
C	1	2	3	4	5	6	7	8

D	1	2	3	4	5	6	7	8
E	1	2	3	4	5	6	7	8
F	1	2	3	4	5	6	7	8

問 5

A	0	1	2	3	π	n	s	c
B	0	1	2	3	π	n	s	c
C	0	1	2	3	π	n	s	c

D	0	1	2	3	π	n	s	c
E	0	1	2	3	π	n	s	c
F	0	1	2	3	π	n	s	c

G	0	1	2	3	π	n	s	c
H	0	1	2	3	π	n	s	c
I	0	1	2	3	π	n	s	c

J	0	1	2	3	π	n	s	c
A	0	1	2	3	∞	e	x	s
B	0	1	2	3	∞	e	x	s

問 6

C	0	1	2	3	∞	e	x	s
D	0	1	2	3	∞	e	x	s
E	0	1	2	3	∞	e	x	s

F	0	1	2	3	∞	e	x	s
G	0	1	2	3	∞	e	x	s
A	1	2	3	4	5	6	π	e

問 7(1)

B	1	2	3	4	5	6	π	e
A	1	2	3	4	5	6	π	e
B	1	2	3	4	5	6	π	e

(2)

C	1	2	3	4	5	6	π	e
A	2	3	4	x	x ²	x ³	s	ℓ
B	2	3	4	x	x ²	x ³	s	ℓ

問 8(1)

A	2	3	4	x	x ²	x ³	s	ℓ
B	2	3	4	x	x ²	x ³	s	ℓ
C	2	3	4	x	x ²	x ³	s	ℓ

(2)

--	--	--	--	--	--	--

--

0	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
1	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ①
2	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ②
3	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ③
4	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ④
5	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑤
6	<input type="radio"/> ⑥	<input type="radio"/> ⑥	<input type="radio"/> ⑥	<input type="radio"/> ⑥	<input type="radio"/> ⑥	<input type="radio"/> ⑥	<input type="radio"/> ⑥
7	<input type="radio"/> ⑦	<input type="radio"/> ⑦	<input type="radio"/> ⑦	<input type="radio"/> ⑦	<input type="radio"/> ⑦	<input type="radio"/> ⑦	<input type="radio"/> ⑦
8	<input type="radio"/> ⑧	<input type="radio"/> ⑧	<input type="radio"/> ⑧	<input type="radio"/> ⑧	<input type="radio"/> ⑧	<input type="radio"/> ⑧	<input type="radio"/> ⑧
9	<input type="radio"/> ⑨	<input type="radio"/> ⑨	<input type="radio"/> ⑨	<input type="radio"/> ⑨	<input type="radio"/> ⑨	<input type="radio"/> ⑨	<input type="radio"/> ⑨

問 1(1)

A	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input checked="" type="radio"/>	s	c	ℓ
B	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input checked="" type="radio"/>	c	ℓ
C	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input checked="" type="radio"/>	s	c	ℓ

(2)

A	<input type="radio"/> ①	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	s	c	ℓ
B	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	s	c	<input checked="" type="radio"/>
C	<input type="radio"/> ①	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	s	c	ℓ

(3)

A	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	s	<input checked="" type="radio"/>	ℓ
B	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input checked="" type="radio"/>	c	ℓ
C	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ⑤	s	c	ℓ
D	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	s	<input checked="" type="radio"/>	ℓ

(4)

A	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	s	c	<input checked="" type="radio"/>
B	<input type="radio"/> ①	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	s	c	ℓ
C	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ⑤	s	c	ℓ
D	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	s	c	ℓ
E	<input type="radio"/> ①	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	s	c	ℓ

問 2(1)

A	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	6	π	e
B	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	6	π	e

(2)

A	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input checked="" type="radio"/>	6	π	e
B	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ⑤	6	π	e

(3)

A	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	6	<input checked="" type="radio"/>	e
B	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input checked="" type="radio"/>	π	e

問 3(1)

A	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ④	x	x^2	y	y^2
B	<input type="radio"/> ①	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	x	x^2	y	y^2
C	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	x	<input checked="" type="radio"/>	y	y^2
D	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input checked="" type="radio"/>	x	x^2	y	y^2

(2)

A	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ④	x	x^2	y	y^2
B	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	x	<input checked="" type="radio"/>	y	y^2
C	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	x	x^2	y	y^2
D	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ④	x	x^2	y	y^2

(3)

A	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	x	<input checked="" type="radio"/>	y	y^2
B	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	x	x^2	<input checked="" type="radio"/>	y^2
C	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	x	x^2	y	<input checked="" type="radio"/>
D	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input checked="" type="radio"/>	x^2	y	y^2

問 4

A	<input type="radio"/> ①	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑥	<input type="radio"/> ⑦	<input type="radio"/> ⑧
B	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑥	<input type="radio"/> ⑦	<input type="radio"/> ⑧
C	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑥	<input type="radio"/> ⑦	<input type="radio"/> ⑧
D	<input type="radio"/> ①	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑥	<input type="radio"/> ⑦	<input type="radio"/> ⑧
E	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ⑥	<input type="radio"/> ⑦	<input type="radio"/> ⑧
F	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑥	<input type="radio"/> ⑦	<input type="radio"/> ⑧

問 5

A	<input type="radio"/> 0	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input checked="" type="radio"/>	n	s	c
B	<input type="radio"/> 0	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	π	n	s	c
C	<input type="radio"/> 0	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	π	n	<input checked="" type="radio"/>	c
D	<input type="radio"/> 0	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	π	<input checked="" type="radio"/>	s	c
E	<input type="radio"/> 0	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	π	n	<input checked="" type="radio"/>	c
F	<input type="radio"/> 0	<input type="radio"/> ①	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ③	π	n	s	c
G	<input type="radio"/> 0	<input type="radio"/> ①	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ③	π	n	s	c
H	<input type="radio"/> 0	<input type="radio"/> ①	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ③	π	n	s	c
I	<input type="radio"/> 0	<input type="radio"/> ①	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ③	π	n	s	c
J	<input type="radio"/> 0	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input checked="" type="radio"/>	π	n	s	c

問 6

A	<input type="radio"/> 0	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	∞	e	x	s
B	<input type="radio"/> 0	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	∞	e	x	s
C	<input type="radio"/> 0	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	∞	<input checked="" type="radio"/>	x	s
D	<input type="radio"/> 0	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	∞	e	<input checked="" type="radio"/>	s
E	<input type="radio"/> 0	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	∞	e	x	<input checked="" type="radio"/>
F	<input type="radio"/> 0	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	∞	e	x	<input checked="" type="radio"/>
G	<input type="radio"/> 0	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	∞	e	x	<input checked="" type="radio"/>

問 7(1)

A	<input type="radio"/> ①	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑥	π	e
B	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ⑥	π	e

(2)

A	<input type="radio"/> ①	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑥	π	e
B	<input type="radio"/> ①	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑥	π	e
C	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑥	π	e

問 8(1)

A	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	x	x^2	x^3	<input checked="" type="radio"/>	ℓ
B	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	x	x^2	x^3	s	<input checked="" type="radio"/>

(2)

A	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input checked="" type="radio"/>	x^2	x^3	s	ℓ
B	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	x	x^2	x^3	s	<input checked="" type="radio"/>
C	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	x	<input checked="" type="radio"/>	x^3	s	ℓ

微積分後期期末試験3 解答

問1

- (1) $A = 5$, $B = \sin$, $C = 5$,
- (2) $A = 2$, $B = \log$, $C = 2$,
- (3) $A = \cos$, $B = \sin$, $C = 4$, $D = \cos$,
- (4) $A = \log$, $B = 2$, $C = 4$, $D = 1$, $E = 2$

問2

- (1) $A = 1$, $B = 3$,
- (2) $A = 5$, $B = 4$,
- (3) $A = \pi$, $B = 6$,

問3

- (1) $A = 3$, $B = 2$, $C = x^2$, $D = 4$,
- (2) $A = 3$, $B = x^2$, $C = 1$, $D = 3$,
- (3) $A = x^2$, $B = y$, $C = y^2$, $D = x$,

問4

$$A = 2, B = 3, C = 3, D = 2, E = 5, F = 3$$

問5

$$A = \pi, B = 1, C = \sin, D = n, E = \sin, F = 2, G = 2, H = 2, I = 2, J = 3$$

問6

$$A = 1, B = 1, C = e, D = x, E = s, F = s, G = s,$$

問7

- (1) $A = 2$, $B = 5$,
- (2) $A = 2$, $B = 2$, $C = 3$

問8

- (1) $A = \sin$, $B = \log$,
- (2) $A = x$, $B = \log$, $C = x^2$

微積分前期期末試験 No.1

問1. 次の証明の空欄を埋めよ。

(1) 定理 有界な数列 $\{x_n\}$ には集積点 a がある。

(証明) 有界より、 $\exists K > 0, \forall n \in \mathbf{N}; -K < x_n < K$ である。

$X = \{x | x_n \leq x \text{ となる } n \text{ は無限個}\}$ とする。

$x_n < K$ は全ての \boxed{A} で成り立つ (無限個) から $K \in X$ であり、 $X \neq \emptyset$ である。

次に、 $x \in X$ ならば、 $x_n \leq x$ となる \boxed{A} は無限個だから、一つは $x_n \leq x$ となる \boxed{A} がある。

よって、 $-K < x_n \leq x$ となり、 X は下に有界である。以上から、下限 $a = \inf X$ がある。

そこで $\forall i \in \mathbf{N}$ に対し、増加自然数列 n_i で、 $|x_{n_i} - a| < \frac{1}{i}$ となる物を選ぶ為に、次のように考える。

$\boxed{B} - \frac{1}{i} < \boxed{B}$ から、 $\boxed{B} - \frac{1}{i} \notin X$ であり、 $x_n \leq \boxed{B} - \frac{1}{i}$ となる \boxed{A} は有限個である。

一方、 $\boxed{B} + \frac{1}{i}$ は、 \boxed{B} より大きいので下界ではない。そこで、 $a \leq x < \boxed{B} + \frac{1}{i}$ となる $x \in X$ がある。

X の定義から、 $x_n \leq x$ となる \boxed{A} は無限個である。無限個から有限個を引いても無限個であるから、

1) $\boxed{B} - \frac{1}{i} < x_n \leq x < \boxed{B} + \frac{1}{i}$ となる \boxed{A} は無限個ある。

以上から、求める n_i を次のように選ぶ、

$i = 1$ に対しては、1) から、 $\boxed{B} - 1 < x_{n_1} < \boxed{B} + 1$ となる物を選ぶ。

$n_1 < \dots < n_{i-1}$ まで選ばれているとし、1) の無限個の \boxed{A} から、 n_{i-1} より大きい物を n_i とする。

このとき、 $|x_{n_i} - \boxed{B}| < \frac{1}{\boxed{C}}$ から、 $\lim_{i \rightarrow \infty} x_{n_i} = \boxed{D}$ \square

(2) 定理 コーシー列 $\{x_n\}$ は収束する。

(証明) コーシー列の定義で、 $\epsilon = 1$ とし、対応する N を取り、 $m = N + 1$ とすると、

$\boxed{A} > N \Rightarrow |x_n - x_{N+1}| < 1$ であり、 $x_{N+1} - 1 < x_n < x_{N+1} + 1$ だから、 $\{x_n\}$ は有界になる。

集積点定理により、集積点 a とそれに収束する部分数列 $\{x_{n_i}\}$ がある。ここで、 $\{n_i\}$ は増加数列である。

収束の定義から、 $\forall \epsilon > 0$ に対して、 $\boxed{B} I; i > I \Rightarrow |x_{n_i} - \boxed{C}| < \frac{\epsilon}{2}$ である。

さらに、コーシー列の定義で $\frac{\epsilon}{2}$ に対応する N を取る。

$\{n_i\}$ は増加数列であるから、 $i > I, n_i > N$ となるように i を取れる。

すると、 $\boxed{D} > N$ ならば $|x_n - \boxed{E}| = |x_n - x_{n_i} + x_{n_i} - \boxed{E}| \leq |x_n - x_{n_i}| + |x_{n_i} - \boxed{E}| < \boxed{F}$ \square

(3) 定理 関数 $y = f(x)$ が区間 $[a, b]$ で連続で、

$f(a) < 0, f(b) > 0$ ならば、 $\exists c \in (a, b); f(c) = 0$

(証明) $X = \{x \in [a, b]; f(x) < 0\}$ とする。 $a \in X$ より $X \neq \emptyset$ であり、上に有界であるから、

上限 $c = \sup X$ がある。

1) $f(c) > 0$ とする。 $0 < \epsilon < f(c)$ となる $\epsilon > 0$ がある。 c での連続の定義で、 ϵ に対応する δ を取る。

すると、 $c - \boxed{A} < x < c$ ならば、 $|x - c| = c - x < \boxed{A}$ だから、

$$|f(x) - f(\boxed{B})| < \epsilon, 0 < f(\boxed{B}) - \epsilon < f(x) < f(\boxed{B}) + \epsilon$$

一方、 \boxed{C} は上限であるから、 $\boxed{C} - \boxed{A} < x \leq \boxed{C}$ となる $x \in X$ がある。

ここで、 $\boxed{C} \notin X$ より $\boxed{C} - \delta < x < \boxed{C}$ である。

$x \in X$ は $f(x) < \boxed{D}$ を意味し、上と矛盾する。

2) $f(c) < 0$ とする。 $0 < \epsilon < -f(c)$ となる ϵ がある。 c での連続の定義で、 ϵ に対応する δ を取る。

$c < x < c + \boxed{E}$ となる x に対し、 $|x - c| = x - c < \boxed{E}$ だから、

$$|f(x) - f(\boxed{F})| < \epsilon, f(\boxed{F}) - \epsilon < f(x) < f(\boxed{F}) + \epsilon < \boxed{D}$$

よって、 $x \in X$ であり、 \boxed{G} が X の上限である事に矛盾する。

3) $f(c) > 0, f(c) < 0$ どちらも矛盾するから $f(c) = 0$ \square

(4) 定理 関数 $y = f(x)$ が区間 $[a, b]$ で連続ならば、最小値 $f(c), c \in [a, b]$ がある。

(証明) $F = \{f(x) | x \in [a, b]\}$ とする。

1) もし、 F が、下に有界でないならば、 $\forall n \in \mathbf{N}, \boxed{A}x_n \in [a, b]; f(x_n) < -n$

集積点定理により、部分数列 $\{x_{n_i}\}$ があり、 $\lim_{i \rightarrow \infty} x_{n_i} = d \in [a, b]$

連続より、 $\lim_{i \rightarrow \infty} f(x_{n_i}) = f(d)$ である。

だが、 x_{n_i} の定義より $\lim_{i \rightarrow \infty} f(x_{n_i}) = -\boxed{B}$ であり矛盾する。よって、 F は下に有界。

2) $F \neq \emptyset$ だから、下限 m がある。その時、 F の数列 $\{f(x_n)\}$ で m に収束するものがある。

集積点定理より、収束する部分数列 $\{x_{n_i}\}$ がある。その収束値を c とする。

連続より、 $f(\boxed{C}) = f\left(\lim_{i \rightarrow \infty} x_{n_i}\right) = \lim_{i \rightarrow \infty} f(x_{n_i}) = \boxed{D}$ だから $\boxed{E} \in F$ である。

よって、 $f(\boxed{F})$ は F の最小値である。 \square

(5) 定理 関数 $y = f(x)$ が区間 $[a, b]$ で連続、 (a, b) で微分可能、

$f(a) = f(b)$ ならば、 $\exists c \in (a, b); f'(c) = 0$ である。

(証明) 最小値の定理より、 $f(x)$ の最小値 $f(c), c \in [a, b]$ がある。

もし、 $c = a$ または $c = b$ ならば、 $f(d)$ が最大値になる $d \in (a, b)$ があるから、

以下と同じ証明で $f'(d) = 0$ が言える。よって、 $c \in (a, b)$ と仮定する。

$f(c)$ は最小値であるから、 $\boxed{A} + h \in [a, b]$ ならば、 $f(\boxed{A} + h) - f(\boxed{A}) \geq 0$

$$\text{もし、} h > 0 \text{ ならば } f'(c) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(c + \boxed{B}) - f(c)}{\boxed{B}} \boxed{C} 0$$

$$\text{もし、} h < 0 \text{ ならば } f'(c) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(c + \boxed{B}) - f(c)}{\boxed{B}} \boxed{D} 0$$

よって、 $f'(c) = \boxed{E}$ \square

微積分前期期末試験 No.2

(6) 定理 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ を正項級数とし、極限值 $a = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_n}$ があるとする。

もし、 $a < 1$ ならば、この正項級数は収束する。

(証明) 1) $\exists r > 0; 0 \leq a < r < 1$ である。 $\epsilon = r - a$ とすると、

$$\exists N; \boxed{A} > N \Rightarrow \left| \sqrt[n]{a_n} - \boxed{B} \right| < \epsilon$$

よって、 $\boxed{B} - \epsilon < \sqrt[n]{a_n} < \boxed{B} + \epsilon = \boxed{C}$ より、 $n > N \Rightarrow 0 < a_n < \boxed{C}^n$ である。

2) $\sum_{n=1}^k r^n = r \frac{1-r^k}{1-r}$ と $0 < r < 1$ より $\sum_{n=1}^{\infty} r^n$ は収束する。

また、正項級数は、数列としては増加数列であるから、

部分和が上に有界になる事が収束するための必要十分条件である。

例えば、 $\sum_{n=1}^{\infty} r^n$ は、 $\sum_{n=1}^k r^n = r \frac{1-r^k}{1-r} < \frac{\boxed{D}}{1-\boxed{D}}$ より、部分和は上に有界になる。

次に、 $n > N$ で $a_n < \boxed{C}^n$ であるから、級数 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ の部分和は

$$\sum_{n=1}^k a_n = \sum_{n=1}^N a_n + \sum_{n=N+1}^k a_n \leq \sum_{n=1}^N a_n + \sum_{n=N+1}^k \boxed{C}^n \leq \sum_{n=1}^N a_n + \frac{\boxed{E}}{1-\boxed{E}}$$

だから、上に有界になる。よって、収束する。 \square

問2. 次の空欄を埋めよ。

(1) 上限 $a = \sup X$ の定義： $(\boxed{A} x \in X; x \boxed{B} a) \wedge \{(\boxed{A} x \in X; x \boxed{B} b) \Rightarrow \boxed{C} \leq b\}$

(2) 連続の定義： $\forall \epsilon > 0, \boxed{A} \delta > 0; |x - a| < \boxed{B} \Rightarrow |f(x) - f(\boxed{C})| < \epsilon$

問3. 次の集合 X の下限 $a = \inf X$ および上限 $b = \sup X$ を求めよ。

$$X = \left\{ \frac{4n-2}{n} \mid n \in \mathbf{N} \right\}, a = \inf X, b = \sup X$$

問4. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n-3}{2n-1} = 1$ の次の証明の空欄を埋めよ。

(証明) $\forall \epsilon > 0$ に対し、 $\frac{1}{\epsilon} + \frac{\boxed{B}}{\boxed{A}} < N$ となるように N を取る。すると、

$n > N$ ならば、 $\frac{\boxed{A}}{\boxed{A}n - \boxed{B}} < \epsilon$ より、 $\left| \frac{2n-3}{2n-1} - \boxed{C} \right| < \epsilon$ \square

問5. 次のべき級数の収束半径 R を求めよ。

$$(1) \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{n-1}{n+1} \right)^n x^n \qquad (2) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{3n-1}{2^n+3} x^n$$

問6. $f(x) = \frac{1}{3}e^{3x}$ のマクローリン展開の3次項 $\frac{\boxed{B}}{\boxed{A}}x^3$ の係数を求めよ。

問7. 次の微分を計算し、空欄を 1, 2, 3, 4, 5, sin, cos, log で埋めよ。

なお、解答欄の s は sin, c は cos, ℓ は log を表す。

$$(1) \frac{d}{dx} \left(\frac{1}{\sqrt{\cos x}} \right) = \frac{\boxed{A} x}{2\sqrt{\boxed{B} x} \boxed{C}}$$

$$(2) (e^{3x} \sin 2x)' = e^{3x} (\boxed{A} \sin 2x + \boxed{B} \boxed{C} 2x)$$

$$(3) \frac{d}{dx} (e^{x^3} \log |x^4 + 1|) = \frac{\left\{ (\boxed{A} x^6 + \boxed{B} x^2) \log |x^4 + 1| + \boxed{C} x \boxed{D} \right\} e^{x^3}}{(x^4 + 1)}$$

$$(4) \left(\frac{\tan^{-1} \frac{x}{3}}{\sin x^2} \right)' = \frac{\boxed{A} \sin x^2 - (\boxed{B} x^3 + 18x) \tan^{-1} \frac{x}{3} \boxed{C} x^2}{(x^2 + 9) \sin \boxed{D} x^2}$$

$$(5) \frac{d}{dx} \left(\frac{\sin^{-1} \frac{x}{3}}{e^{x^2}} \right) = \frac{\boxed{A} - \boxed{B} x \sqrt{\boxed{C}^2 - x^2} \sin^{-1} \frac{x}{3} \boxed{D}}{e^{x^2} \sqrt{\boxed{C}^2 - x^2}}$$

前期試験

学籍番号

--	--	--	--	--	--	--

氏名

--

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

問1(1)

A	\forall	\exists	ϵ	δ	n	i	a	b
B	\forall	\exists	ϵ	δ	n	i	a	b
C	\forall	\exists	ϵ	δ	n	i	a	b
D	\forall	\exists	ϵ	δ	n	i	a	b
(2)	A	\forall	\exists	ϵ	δ	n	m	i
	B	\forall	\exists	ϵ	δ	n	m	i
	C	\forall	\exists	ϵ	δ	n	m	i
	D	\forall	\exists	ϵ	δ	n	m	i
	E	\forall	\exists	ϵ	δ	n	m	i
	F	\forall	\exists	ϵ	δ	n	m	i
(3)	A	ϵ	δ	a	c	x	0	$<$
	B	ϵ	δ	a	c	x	0	$<$
	C	ϵ	δ	a	c	x	0	$<$
	D	ϵ	δ	a	c	x	0	$<$
	E	ϵ	δ	a	c	x	0	$<$
	F	ϵ	δ	a	c	x	0	$<$
	G	ϵ	δ	a	c	x	0	$<$
(4)	A	\forall	\exists	c	d	n	m	0
	B	\forall	\exists	c	d	n	m	0
	C	\forall	\exists	c	d	n	m	0
	D	\forall	\exists	c	d	n	m	0
	E	\forall	\exists	c	d	n	m	0
	F	\forall	\exists	c	d	n	m	0
(5)	A	0	a	b	c	x	h	$<$
	B	0	a	b	c	x	h	$<$
	C	0	a	b	c	x	h	$<$
	D	0	a	b	c	x	h	$<$
	E	0	a	b	c	x	h	$<$
(6)	A	\forall	\exists	ϵ	δ	r	a	n
	B	\forall	\exists	ϵ	δ	r	a	n
	C	\forall	\exists	ϵ	δ	r	a	n
	D	\forall	\exists	ϵ	δ	r	a	n
	E	\forall	\exists	ϵ	δ	r	a	n

問2(1)

A	\forall	\exists	ϵ	δ	a	x	$<$	$>$
B	\forall	\exists	ϵ	δ	a	x	$<$	$>$
C	\forall	\exists	ϵ	δ	a	x	$<$	$>$
(2)	A	\forall	\exists	ϵ	δ	a	x	$<$
	B	\forall	\exists	ϵ	δ	a	x	$<$
	C	\forall	\exists	ϵ	δ	a	x	$<$
問3	a	1	2	3	4	5	6	7
	b	1	2	3	4	5	6	7
問4	A	1	2	3	4	5	6	7
	B	1	2	3	4	5	6	7
	C	1	2	3	4	5	6	7
問5	(1)	1	2	3	4	5	6	7
	(2)	1	2	3	4	5	6	7
問6	A	1	2	3	4	5	6	7
	B	1	2	3	4	5	6	7
問7(1)	A	1	2	3	4	5	s	c
	B	1	2	3	4	5	s	c
	C	1	2	3	4	5	s	c
(2)	A	1	2	3	4	5	s	c
	B	1	2	3	4	5	s	c
	C	1	2	3	4	5	s	c
(3)	A	1	2	3	4	5	s	c
	B	1	2	3	4	5	s	c
	C	1	2	3	4	5	s	c
(4)	A	1	2	3	4	5	s	c
	B	1	2	3	4	5	s	c
	C	1	2	3	4	5	s	c
(5)	A	1	2	3	4	5	s	c
	B	1	2	3	4	5	s	c
	C	1	2	3	4	5	s	c
	D	1	2	3	4	5	s	c

前期試験

学籍番号

--	--	--	--	--	--	--

氏名

--

0	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
1	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ①
2	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ②
3	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ③
4	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ④
5	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑤
6	<input type="radio"/> ⑥	<input type="radio"/> ⑥	<input type="radio"/> ⑥	<input type="radio"/> ⑥	<input type="radio"/> ⑥	<input type="radio"/> ⑥	<input type="radio"/> ⑥
7	<input type="radio"/> ⑦	<input type="radio"/> ⑦	<input type="radio"/> ⑦	<input type="radio"/> ⑦	<input type="radio"/> ⑦	<input type="radio"/> ⑦	<input type="radio"/> ⑦
8	<input type="radio"/> ⑧	<input type="radio"/> ⑧	<input type="radio"/> ⑧	<input type="radio"/> ⑧	<input type="radio"/> ⑧	<input type="radio"/> ⑧	<input type="radio"/> ⑧
9	<input type="radio"/> ⑨	<input type="radio"/> ⑨	<input type="radio"/> ⑨	<input type="radio"/> ⑨	<input type="radio"/> ⑨	<input type="radio"/> ⑨	<input type="radio"/> ⑨

問 1(1)

A	<input type="radio"/> ∇	<input type="radio"/> ∃	<input type="radio"/> €	<input type="radio"/> δ	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> i	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> b
B	<input type="radio"/> ∇	<input type="radio"/> ∃	<input type="radio"/> €	<input type="radio"/> δ	<input type="radio"/> n	<input type="radio"/> i	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> b
C	<input type="radio"/> ∇	<input type="radio"/> ∃	<input type="radio"/> €	<input type="radio"/> δ	<input type="radio"/> n	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> b
D	<input type="radio"/> ∇	<input type="radio"/> ∃	<input type="radio"/> €	<input type="radio"/> δ	<input type="radio"/> n	<input type="radio"/> i	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> b
(2)	A	<input type="radio"/> ∇	<input type="radio"/> ∃	<input type="radio"/> €	<input type="radio"/> δ	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> m	<input type="radio"/> i
	B	<input type="radio"/> ∇	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> €	<input type="radio"/> δ	<input type="radio"/> n	<input type="radio"/> m	<input type="radio"/> i
	C	<input type="radio"/> ∇	<input type="radio"/> ∃	<input type="radio"/> €	<input type="radio"/> δ	<input type="radio"/> n	<input type="radio"/> m	<input type="radio"/> i
	D	<input type="radio"/> ∇	<input type="radio"/> ∃	<input type="radio"/> €	<input type="radio"/> δ	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> m	<input type="radio"/> i
	E	<input type="radio"/> ∇	<input type="radio"/> ∃	<input type="radio"/> €	<input type="radio"/> δ	<input type="radio"/> n	<input type="radio"/> m	<input checked="" type="radio"/>
	F	<input type="radio"/> ∇	<input type="radio"/> ∃	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> δ	<input type="radio"/> n	<input type="radio"/> m	<input type="radio"/> i
(3)	A	<input type="radio"/> €	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> x	<input type="radio"/> 0	<input type="radio"/> <
	B	<input type="radio"/> €	<input type="radio"/> δ	<input type="radio"/> a	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> x	<input type="radio"/> 0	<input type="radio"/> <
	C	<input type="radio"/> €	<input type="radio"/> δ	<input type="radio"/> a	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> x	<input type="radio"/> 0	<input type="radio"/> <
	D	<input type="radio"/> €	<input type="radio"/> δ	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> x	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> <
	E	<input type="radio"/> €	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> x	<input type="radio"/> 0	<input type="radio"/> <
	F	<input type="radio"/> €	<input type="radio"/> δ	<input type="radio"/> a	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> x	<input type="radio"/> 0	<input type="radio"/> <
	G	<input type="radio"/> €	<input type="radio"/> δ	<input type="radio"/> a	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> x	<input type="radio"/> 0	<input type="radio"/> <
(4)	A	<input type="radio"/> ∇	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> d	<input type="radio"/> n	<input type="radio"/> m	<input type="radio"/> 0
	B	<input type="radio"/> ∇	<input type="radio"/> ∃	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> d	<input type="radio"/> n	<input type="radio"/> m	<input checked="" type="radio"/> 0
	C	<input type="radio"/> ∇	<input type="radio"/> ∃	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> d	<input type="radio"/> n	<input type="radio"/> m	<input type="radio"/> 0
	D	<input type="radio"/> ∇	<input type="radio"/> ∃	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> d	<input type="radio"/> n	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> 0
	E	<input type="radio"/> ∇	<input type="radio"/> ∃	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> d	<input type="radio"/> n	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> 0
	F	<input type="radio"/> ∇	<input type="radio"/> ∃	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> d	<input type="radio"/> n	<input type="radio"/> m	<input type="radio"/> 0
(5)	A	<input type="radio"/> 0	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> b	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> x	<input type="radio"/> h	<input type="radio"/> <
	B	<input type="radio"/> 0	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> b	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> x	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> <
	C	<input type="radio"/> 0	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> b	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> x	<input type="radio"/> h	<input checked="" type="radio"/>
	D	<input type="radio"/> 0	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> b	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> x	<input type="radio"/> h	<input checked="" type="radio"/>
	E	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> b	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> x	<input type="radio"/> h	<input type="radio"/> <
(6)	A	<input type="radio"/> ∇	<input type="radio"/> ∃	<input type="radio"/> €	<input type="radio"/> δ	<input type="radio"/> r	<input type="radio"/> a	<input checked="" type="radio"/>
	B	<input type="radio"/> ∇	<input type="radio"/> ∃	<input type="radio"/> €	<input type="radio"/> δ	<input type="radio"/> r	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> n
	C	<input type="radio"/> ∇	<input type="radio"/> ∃	<input type="radio"/> €	<input type="radio"/> δ	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> n
	D	<input type="radio"/> ∇	<input type="radio"/> ∃	<input type="radio"/> €	<input type="radio"/> δ	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> n
	E	<input type="radio"/> ∇	<input type="radio"/> ∃	<input type="radio"/> €	<input type="radio"/> δ	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> n

問 2(1)

A	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ∃	<input type="radio"/> €	<input type="radio"/> δ	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> x	<input type="radio"/> <	<input type="radio"/> >
B	<input type="radio"/> ∇	<input type="radio"/> ∃	<input type="radio"/> €	<input type="radio"/> δ	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> x	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> >
C	<input type="radio"/> ∇	<input type="radio"/> ∃	<input type="radio"/> €	<input type="radio"/> δ	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> x	<input type="radio"/> <	<input type="radio"/> >
(2)	A	<input type="radio"/> ∇	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> €	<input type="radio"/> δ	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> x	<input type="radio"/> <
	B	<input type="radio"/> ∇	<input type="radio"/> ∃	<input type="radio"/> €	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> x	<input type="radio"/> <
	C	<input type="radio"/> ∇	<input type="radio"/> ∃	<input type="radio"/> €	<input type="radio"/> δ	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> x	<input type="radio"/> <
問 3	a	<input type="radio"/> ①	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑥	<input type="radio"/> ⑦
	b	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑥	<input type="radio"/> ⑦
問 4	A	<input type="radio"/> ①	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑥	<input type="radio"/> ⑦
	B	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑥	<input type="radio"/> ⑦
	C	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑥	<input type="radio"/> ⑦
問 5	(1)	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑥	<input type="radio"/> ⑦
	(2)	<input type="radio"/> ①	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑥	<input type="radio"/> ⑦
問 6	A	<input type="radio"/> ①	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑥	<input type="radio"/> ⑦
	B	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑥	<input type="radio"/> ⑦
問 7(1)	A	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> c
	B	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> s	<input checked="" type="radio"/>
	C	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> s	<input type="radio"/> c
(2)	A	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> s	<input type="radio"/> c
	B	<input type="radio"/> ①	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> s	<input type="radio"/> c
	C	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> s	<input checked="" type="radio"/>
(3)	A	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> s	<input type="radio"/> c
	B	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> s	<input type="radio"/> c
	C	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> s	<input type="radio"/> c
(4)	A	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> s	<input type="radio"/> c
	B	<input type="radio"/> ①	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> s	<input type="radio"/> c
	C	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> s	<input checked="" type="radio"/>
(5)	A	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> s	<input type="radio"/> c
	B	<input type="radio"/> ①	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> s	<input type="radio"/> c
	C	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> s	<input type="radio"/> c
	D	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> s	<input type="radio"/> c

微積分前期期末試験 4 解答

問 1

- (1) $A = n, B = a, C = i, D = a,$
- (2) $A = n, B = \exists, C = a, D = n, E = a, F = \epsilon$
- (3) $A = \delta, B = c, C = c, D = 0, E = \delta, F = c, G = c$
- (4) $A = \exists, B = \infty, C = c, D = m, E = m, F = c$
- (5) $A = c, B = h, C = \geq, D = \leq, E = 0$
- (6) $A = n, B = a, C = r, D = r, E = r$

問 2

- (1) $A = \forall, B = \leq, C = a,$
- (2) $A = \exists, B = \delta, C = a$

問 3 $a = \inf X = 2, b = \sup X = 4$

問 4 $A = 2, B = 1, C = 1$

問 5 (1) 1 (2) 2

問 6 $A = 2, B = 3,$

問 7

- (1) $A = \sin, B = \cos, C = 3,$
- (2) $A = 3, B = 2, C = \cos,$
- (3) $A = 3, B = 3, C = 4, D = 3,$
- (4) $A = 3, B = 2, C = \cos, D = 2,$
- (5) $A = 1, B = 2, C = 3, D = 3$

微積分後期期末試験 No. 1

問 1. 次の不定積分を計算し、空欄を 1, 2, 3, 4, 5, sin, cos, log で埋めよ。

ただし、解答用紙の s は sin、 c は cos、 ℓ は log を表す。

$$(1) \int x^3 \cos x^4 dx = \frac{1}{\boxed{A}} \boxed{B} x^{\boxed{C}} + C$$

$$(2) \int \frac{1}{x^2 - 2x + 10} dx = \frac{1}{\boxed{A}} \operatorname{Tan}^{-1} \frac{x - \boxed{B}}{\boxed{C}} + C$$

$$(3) \int (6x + 1) \sin 3x dx = -\frac{(6x + 1)}{\boxed{A}} \boxed{B} 3x + \frac{\boxed{C}}{\boxed{A}} \boxed{D} 3x + C$$

$$(4) \int \frac{2x + 1}{(x - 2)(x + 1)} dx = \frac{1}{\boxed{A}} \boxed{B} \left| (x - \boxed{C})^{\boxed{D}} (x + \boxed{E}) \right| + C$$

問 2. 次の定積分を計算し、空欄を 1, 2, 3, 4, 5, 6, π , e で埋めよ。

$$(1) \int_0^{\frac{\pi}{6}} \sqrt{\sin x \cos x} dx = \frac{\sqrt{\boxed{A}}}{\boxed{B}}$$

$$(2) \int_0^{\frac{\pi}{9}} x \cos 3x dx = \frac{\boxed{A} \sqrt{3} - \boxed{B}}{54}$$

$$(3) \int_{-\sqrt{2}-1}^0 \frac{2}{\sqrt{3-2x-x^2}} dx = \frac{\boxed{A}}{\boxed{B}} \pi$$

問 3. 次の偏微分を計算し、空欄を 1, 2, 3, 4, x , x^2 , y , y^2 で埋めよ。

$$(1) z = \sqrt{x^3 + xy + y^2}, \quad \frac{\partial z}{\partial x} = \frac{3\boxed{A} + \boxed{B}}{2\sqrt{x^3 + xy + y^2}}, \quad \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{\boxed{C} + 2\boxed{D}}{2\sqrt{x^3 + xy + y^2}}$$

$$(2) z = xy^2 e^{2x+3y}, \quad z_x = (\boxed{A} + \boxed{B} xy^2) e^{2x+3y}, \quad z_y = (\boxed{C} xy + \boxed{D} xy^2) e^{2x+3y}$$

$$(3) z = \text{Sin}^{-1} \frac{x}{y}, \quad \frac{\partial z}{\partial x} = \frac{1}{\sqrt{\boxed{A} - \boxed{B}}}, \quad \frac{\partial z}{\partial y} = -\frac{\boxed{C}}{\boxed{D} \sqrt{\boxed{A} - \boxed{B}}}$$

微積分後期期末試験 No. 2

問4. 陰関数 $x^2 - 2xy + 2y^2 = 4$ の両辺を x で微分することにより、 y' , y'' を求める。

$$y' = \frac{\boxed{A}x - \boxed{B}y}{x - \boxed{C}y}, \quad y'' = \frac{\boxed{D}}{(x - \boxed{E}y)\boxed{F}}$$

問5. ラプラス変換 $F(t) = L(f) = \int_0^\infty e^{-tx} f(x) dx$ を求める。

ただし、以下では、 $a > 0$ に対し、 $\lim_{x \rightarrow \infty} e^{-ax} f(x) = 0$ とする。

$$(1) L(e^{ax}) = \int_0^\infty e^{-tx} e^{ax} dx = \frac{1}{\boxed{A} - \boxed{B}} \quad (t > a)$$

$$(2) F(t) = L(f) \text{ として、} L(f') = \boxed{C}F(t) - f(\boxed{D})$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow \infty} e^{-ax} f(x) = 0, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} e^{-ax} f'(x) = 0 \text{ が成り立つならば、}$$

$$L(f'') = \boxed{E}F(t) - \boxed{F}f(\boxed{G}) - f'(\boxed{H})$$

問6. 正規分布曲線の面積 $\int_0^\infty e^{-x^2} dx$ を計算する。

$I(a) = \int_0^a e^{-x^2} dx$ とする。関数 $f(x, y) = e^{-(x^2+y^2)}$ と領域

$$D(a) = \{(\theta, r) \mid 0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2} \wedge 0 \leq r \leq a\}, \quad E(a) = \{(x, y) \mid 0 \leq x \leq a \wedge 0 \leq y \leq a\}$$

を考える。すると、
$$\iint_{D(a)} f(x, y) dS = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left\{ \int_0^a e^{-r^2} \boxed{A} dr \right\} d\theta = \frac{\boxed{C}}{\boxed{B}} \left(1 - e^{-\boxed{D}^2} \right)$$

一方
$$\iint_{E(a)} f(x, y) dS = \int_0^a \left\{ \int_0^a e^{-x^2} e^{-y^2} dy \right\} dx = (I(a)) \boxed{E}$$

さらに、 $f(x, y) = e^{-(x^2+y^2)} > 0$ と $D(a) \subset E(a) \subset D(\sqrt{\boxed{F}}a)$ より、

$$\frac{\boxed{C}}{\boxed{B}} \left(1 - e^{-\boxed{D}^2} \right) \boxed{G} I(a) \boxed{E} \boxed{G} \frac{\boxed{C}}{\boxed{B}} \left(1 - e^{-\boxed{H} \boxed{D}^2} \right)$$

以上より、 $\boxed{I} \rightarrow \infty$ にすると、 $\int_0^\infty e^{-x^2} dx$ が計算できる。 \square

問7. 次の重積分を計算し、空欄を 1, 2, 3, 4, 5, 6, π , e で埋めよ。

(1)

y $y = \frac{x^2}{4}$
 D
 x
 2

(2)

y $y = x + \sqrt{9 - x^2}$

3 $y = 3$

D

x $\frac{3}{2}$

$$\iint_D \frac{1}{(y-x)^2} dS = \log \boxed{A} - \frac{\boxed{B}}{\boxed{C}}$$

問 8. 次の微分方程式を解き、空欄を $2, 3, 4, x, x^2, x^3, \cos, \sin, \log$ で埋めよ。

ただし、解答用紙の c は \cos を、 s は \sin を、 ℓ は \log を表す。

(1) $y' = y^2 \sin 2x$, 解 $y = \frac{\boxed{A}}{\boxed{B} 2x + C}$

$$(2) \quad xy' = 2y + \frac{x^4}{x^2 + 4}, \quad \text{解 } y = \frac{\boxed{A}}{\boxed{B}} \boxed{C} (x^2 + 4) + C \boxed{A}$$

後期試験

学籍番号

--	--	--	--	--	--	--

氏名

--

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

問 1(1)

A	1	2	3	4	5	s	c	ℓ
B	1	2	3	4	5	s	c	ℓ
C	1	2	3	4	5	s	c	ℓ

(2)

A	1	2	3	4	5	s	c	ℓ
B	1	2	3	4	5	s	c	ℓ
C	1	2	3	4	5	s	c	ℓ

(3)

A	1	2	3	4	5	s	c	ℓ
B	1	2	3	4	5	s	c	ℓ
C	1	2	3	4	5	s	c	ℓ
D	1	2	3	4	5	s	c	ℓ

(4)

A	1	2	3	4	5	s	c	ℓ
B	1	2	3	4	5	s	c	ℓ
C	1	2	3	4	5	s	c	ℓ
D	1	2	3	4	5	s	c	ℓ
E	1	2	3	4	5	s	c	ℓ

問 2(1)

A	1	2	3	4	5	6	π	e
B	1	2	3	4	5	6	π	e

(2)

A	1	2	3	4	5	6	π	e
B	1	2	3	4	5	6	π	e

(3)

A	1	2	3	4	5	6	π	e
B	1	2	3	4	5	6	π	e

問 3(1)

A	1	2	3	4	x	x ²	y	y ²
B	1	2	3	4	x	x ²	y	y ²
C	1	2	3	4	x	x ²	y	y ²
D	1	2	3	4	x	x ²	y	y ²

(2)

A	1	2	3	4	x	x ²	y	y ²
B	1	2	3	4	x	x ²	y	y ²
C	1	2	3	4	x	x ²	y	y ²
D	1	2	3	4	x	x ²	y	y ²

(3)

A	1	2	3	4	x	x ²	y	y ²
B	1	2	3	4	x	x ²	y	y ²
C	1	2	3	4	x	x ²	y	y ²
D	1	2	3	4	x	x ²	y	y ²

問 4

A	1	2	3	4	5	6	7	8
B	1	2	3	4	5	6	7	8
C	1	2	3	4	5	6	7	8
D	1	2	3	4	5	6	7	8
E	1	2	3	4	5	6	7	8
F	1	2	3	4	5	6	7	8

問 5

A	0	∞	e	a	x	x ²	t	t ²
B	0	∞	e	a	x	x ²	t	t ²
C	0	∞	e	a	x	x ²	t	t ²
D	0	∞	e	a	x	x ²	t	t ²
E	0	∞	e	a	x	x ²	t	t ²
F	0	∞	e	a	x	x ²	t	t ²
G	0	∞	e	a	x	x ²	t	t ²
H	0	∞	e	a	x	x ²	t	t ²

問 6

A	1	2	3	4	a	r	π	≤
B	1	2	3	4	a	r	π	≤
C	1	2	3	4	a	r	π	≤
D	1	2	3	4	a	r	π	≤
E	1	2	3	4	a	r	π	≤
F	1	2	3	4	a	r	π	≤
G	1	2	3	4	a	r	π	≤
H	1	2	3	4	a	r	π	≤
I	1	2	3	4	a	r	π	≤

問 7(1)

A	1	2	3	4	5	6	π	e
B	1	2	3	4	5	6	π	e

(2)

A	1	2	3	4	5	6	π	e
B	1	2	3	4	5	6	π	e
C	1	2	3	4	5	6	π	e

問 8(1)

A	2	3	4	x	x ²	x ³	c	s
B	2	3	4	x	x ²	x ³	c	s

(2)

A	2	3	4	x	x ²	x ³	x ⁴	ℓ
B	2	3	4	x	x ²	x ³	x ⁴	ℓ
C	2	3	4	x	x ²	x ³	x ⁴	ℓ

--	--	--	--	--	--	--

--

0	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
1	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ①
2	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ②
3	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ③
4	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ④
5	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑤
6	<input type="radio"/> ⑥	<input type="radio"/> ⑥	<input type="radio"/> ⑥	<input type="radio"/> ⑥	<input type="radio"/> ⑥	<input type="radio"/> ⑥	<input type="radio"/> ⑥
7	<input type="radio"/> ⑦	<input type="radio"/> ⑦	<input type="radio"/> ⑦	<input type="radio"/> ⑦	<input type="radio"/> ⑦	<input type="radio"/> ⑦	<input type="radio"/> ⑦
8	<input type="radio"/> ⑧	<input type="radio"/> ⑧	<input type="radio"/> ⑧	<input type="radio"/> ⑧	<input type="radio"/> ⑧	<input type="radio"/> ⑧	<input type="radio"/> ⑧
9	<input type="radio"/> ⑨	<input type="radio"/> ⑨	<input type="radio"/> ⑨	<input type="radio"/> ⑨	<input type="radio"/> ⑨	<input type="radio"/> ⑨	<input type="radio"/> ⑨

問 1(1)

A	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input checked="" type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> s	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> ℓ
B	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input checked="" type="radio"/> s	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> ℓ
C	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input checked="" type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> s	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> ℓ

(2)

A	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input checked="" type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> s	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> ℓ
B	<input checked="" type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> s	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> ℓ
C	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input checked="" type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> s	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> ℓ

(3)

A	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input checked="" type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> s	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> ℓ
B	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> s	<input checked="" type="radio"/> c	<input type="radio"/> ℓ
C	<input type="radio"/> ①	<input checked="" type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> s	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> ℓ

(4)

A	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input checked="" type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> s	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> ℓ
B	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> s	<input type="radio"/> c	<input checked="" type="radio"/> ℓ
C	<input type="radio"/> ①	<input checked="" type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> s	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> ℓ
D	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input checked="" type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> s	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> ℓ
E	<input checked="" type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> s	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> ℓ

問 2(1)

A	<input type="radio"/> ①	<input checked="" type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑥	<input type="radio"/> π	<input type="radio"/> e
B	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input checked="" type="radio"/> ⑥	<input type="radio"/> π	<input type="radio"/> e

(2)

A	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑥	<input checked="" type="radio"/> π	<input type="radio"/> e
B	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input checked="" type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑥	<input type="radio"/> π	<input type="radio"/> e

(3)

A	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input checked="" type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑥	<input type="radio"/> π	<input type="radio"/> e
B	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input checked="" type="radio"/> ⑥	<input type="radio"/> π	<input type="radio"/> e

問 3(1)

A	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> x	<input checked="" type="radio"/> x^2	<input type="radio"/> y	<input type="radio"/> y^2
B	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> x	<input type="radio"/> x^2	<input checked="" type="radio"/> y	<input type="radio"/> y^2

(2)

A	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> x	<input type="radio"/> x^2	<input checked="" type="radio"/> y	<input type="radio"/> y^2
B	<input type="radio"/> ①	<input checked="" type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> x	<input type="radio"/> x^2	<input type="radio"/> y	<input type="radio"/> y^2

(3)

A	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input checked="" type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> x	<input type="radio"/> x^2	<input type="radio"/> y	<input type="radio"/> y^2
B	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> x	<input checked="" type="radio"/> x^2	<input type="radio"/> y	<input type="radio"/> y^2

問 4

A	<input checked="" type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑥	<input type="radio"/> ⑦	<input type="radio"/> ⑧
B	<input checked="" type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑥	<input type="radio"/> ⑦	<input type="radio"/> ⑧
C	<input type="radio"/> ①	<input checked="" type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑥	<input type="radio"/> ⑦	<input type="radio"/> ⑧

問 5

A	<input type="radio"/> 0	<input type="radio"/> ∞	<input type="radio"/> e	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> x	<input type="radio"/> x^2	<input checked="" type="radio"/> t	<input type="radio"/> t^2
B	<input type="radio"/> 0	<input type="radio"/> ∞	<input type="radio"/> e	<input checked="" type="radio"/> a	<input type="radio"/> x	<input type="radio"/> x^2	<input type="radio"/> t	<input type="radio"/> t^2

問 6

A	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> a	<input checked="" type="radio"/> r	<input type="radio"/> π	<input type="radio"/> \leq
B	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input checked="" type="radio"/> ④	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> r	<input type="radio"/> π	<input type="radio"/> \leq

問 7(1)

A	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input checked="" type="radio"/> ⑥	<input type="radio"/> π	<input type="radio"/> e
B	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input checked="" type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑥	<input type="radio"/> π	<input type="radio"/> e

(2)

A	<input type="radio"/> ①	<input checked="" type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑥	<input type="radio"/> π	<input type="radio"/> e
B	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑥	<input checked="" type="radio"/> π	<input type="radio"/> e

問 8(1)

A	<input checked="" type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> x	<input type="radio"/> x^2	<input type="radio"/> x^3	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> s
B	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> x	<input type="radio"/> x^2	<input type="radio"/> x^3	<input checked="" type="radio"/> c	<input type="radio"/> s	

(2)

A	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> x	<input checked="" type="radio"/> x^2	<input type="radio"/> x^3	<input type="radio"/> x^4	<input type="radio"/> ℓ	
B	<input checked="" type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> x	<input type="radio"/> x^2	<input type="radio"/> x^3	<input type="radio"/> x^4	<input type="radio"/> ℓ	

微積分後期期末試験 4 解答

問 1

(1) $A = 4$, $B = \sin$, $C = 4$,

(2) $A = 3$, $B = 1$, $C = 3$,

(3) $A = 3$, $B = \cos$, $C = 2$, $D = \sin$,

(4) $A = 3$, $B = \log$, $C = 2$, $D = 5$, $E = 1$

問 2

(1) $A = 2$, $B = 6$,

(2) $A = \pi$, $B = 3$,

(3) $A = 5$, $B = 6$,

問 3

(1) $A = x^2$, $B = y$, $C = x$, $D = y$,

(2) $A = y^2$, $B = 2$, $C = 2$, $D = 3$,

(3) $A = y^2$, $B = x^2$, $C = x$, $D = y$,

問 4

$A = 1$, $B = 1$, $C = 2$, $D = 4$, $E = 2$, $F = 3$

問 5

$A = t$, $B = a$, $C = t$, $D = 0$, $E = t^2$, $F = t$, $G = 0$, $H = 0$

問 6

$A = r$, $B = 4$, $C = \pi$, $D = a$, $E = 2$, $F = 2$, $G = \leq$, $H = 2$, $I = a$

問 7

(1) $A = 6$, $B = 5$,

(2) $A = 2$, $B = \pi$, $C = 6$

問 8

(1) $A = 2$, $B = \cos$,

(2) $A = x^2$, $B = 2$, $C = \log$

微積分前期期末試験 No.1

問1. 次の証明の空欄を埋めよ。

(1) 定理 X を下に有界な実数の集合とする。 $a = \inf X$ とすると、

X の数列 $\{x_n\}$ で a に収束する数列がある。

(証明) n を自然数とする。 \boxed{A} は下限であるから、 \boxed{A} より大きい $\boxed{A} + \frac{1}{n}$ は下界でない。

よって $\boxed{A} + \frac{1}{n} > x_n \geq \boxed{A}$ となる $x_n \in X$ がある。

$\forall \epsilon > 0$ に対し、 $\frac{1}{\boxed{B}} < N$ となる N を選ぶと、 $n > N \Rightarrow |x_n - \boxed{A}| = x_n - \boxed{A} < \frac{1}{\boxed{C}} < \boxed{D}$ □

(2) 定理 有界な数列 $\{x_n\}$ には集積点 a がある。

(証明) $\exists K > 0, \forall n \in \mathbf{N}; -K < x_n < K$ とし、 $X = \{x | x_n \leq x \text{ となる } n \text{ は有限個}\}$ とする。

$x_n < -K$ となる \boxed{A} は 0 個 (有限個) だから $-K \in X$ であり、 $X \neq \emptyset$ である。

次に、 $x \in X$ ならば、 $x < x_n$ となる \boxed{A} は無限個だから、一つは $x < x_n$ となる \boxed{A} がある。

よって、 $x < x_n < K$ となり、 X は上に有界である。以上から、上限 $a = \sup X$ がある。

そこで、 $\forall i \in \mathbf{N}$ に対し、増加自然数列 n_i で、 $|x_{n_i} - a| \leq \frac{1}{i}$ となる物を選ぶために次のように考える。

$\boxed{B} < \boxed{B} + \frac{1}{i}$ から、 $\boxed{B} + \frac{1}{i} \notin X$ であり、 $x_n \leq \boxed{B} + \frac{1}{i}$ となる \boxed{A} は無限個ある。

一方、 $\boxed{B} - \frac{1}{i}$ は、 \boxed{B} 未満なので上界ではない。そこで、 $\boxed{B} - \frac{1}{i} < x \leq \boxed{B}$ となる $x \in X$ がある。

X の定義から、 $x_n \leq x$ となる \boxed{A} は有限個である。無限個から有限個を引いても無限個であるから、

1) $\boxed{B} - \frac{1}{i} < x < x_n \leq \boxed{B} + \frac{1}{i}$ となる \boxed{A} は無限個ある。

以上から、求める n_i を順に次のように選ぶ、

$i = 1$ に対しては、1) から、 $\boxed{B} - \boxed{C} < x_{n_1} \leq \boxed{B} + \boxed{C}$ となる物を選ぶ。

n_{i-1} まで選ばれているとする。1) の無限個の \boxed{A} から、 n_{i-1} より大きい物を選んで n_i とする。

このとき、 $|x_{n_i} - \boxed{B}| \boxed{D} \frac{1}{\boxed{E}}$ から、 $\lim_{i \rightarrow \infty} x_{n_i} = \boxed{F}$ □

(3) 定理 コーシー列 $\{x_n\}$ は収束する。

(証明) コーシー列の定義で、 $\epsilon = 1$ とし、対応する N を取り、 $m = N + 1$ とすると、

$n > N \Rightarrow |x_n - x_{N+1}| < \boxed{A}$ であり、 $x_{N+1} - \boxed{A} < x_n < x_{N+1} + \boxed{A}$ だから、 $\{x_n\}$ は有界になる。

集積点定理により、集積点 a とそれに収束する部分数列 $\{x_{n_i}\}$ がある。

ここで、 $\{n_i\}$ は増加数列である。

収束の定義から、 $\boxed{B} \epsilon > 0$ に対して、 $\exists I; i > I \Rightarrow |x_{n_i} - \boxed{C}| < \frac{\epsilon}{2}$ である。

さらに、コーシー列の定義で $\frac{\epsilon}{2}$ に対応する N を取る。

$\{n_i\}$ は増加数列であるから、 $i > I, n_i > N$ となるように i を取れる。

すると、 $n > N$ ならば $|x_n - \boxed{D}| = |x_n - x_{n_i} + x_{n_i} - \boxed{D}| \leq |x_n - x_{n_i}| + |x_{n_i} - \boxed{D}| < \boxed{E}$ □

(4) 定理 関数 $y = f(x)$ が区間 $[a, b]$ で連続で、

$f(a) > 0, f(b) < 0$ ならば、 $\exists c \in (a, b); f(c) = 0$

(証明) $X = \{x \in [a, b]; f(x) > 0\}$ とする。 $a \in X$ より $X \neq \emptyset$ であり、

上に有界であるから、上限 $c = \sup X$ がある。

1) $f(c) > 0$ とする。 $0 < \epsilon < f(c)$ となる ϵ がある。 c での連続の定義で、 ϵ に対応する δ を取る。

$\boxed{A} < x < \boxed{A} + \delta$ となる x に対し、 $|x - \boxed{A}| = x - \boxed{A} < \boxed{B}$ だから、

$|f(x) - f(\boxed{C})| < \boxed{D}, 0 < f(\boxed{C}) - \boxed{D} < f(x) < f(\boxed{C}) + \boxed{D}$

よって、 $x \in X$ であり、 \boxed{A} が X の上限である事に矛盾する。

2) $f(c) < 0$ とする。 $0 < \epsilon < -f(c)$ となる $\epsilon > 0$ がある。 c での連続の定義で、 ϵ に対応する δ を取る。

すると、 $\boxed{E} - \delta < x < \boxed{E}$ ならば、 $|x - \boxed{E}| = \boxed{E} - x < \boxed{F}$ だから、

$|f(x) - f(\boxed{E})| < \boxed{G}, f(\boxed{E}) - \boxed{G} < f(x) < f(\boxed{E}) + \boxed{G} < 0$

一方、 \boxed{E} は上限であるから、 $\boxed{E} - \delta < x \leq \boxed{E}$ となる $x \in X$ がある。

ここで、 $c \notin X$ より $\boxed{E} - \delta < x < \boxed{E}$ である。

$x \in X$ は $f(x) > 0$ を意味し、上の $f(x) < 0$ と矛盾する。

3) $f(c) > 0, f(c) < 0$ どちらでも矛盾するから $f(c) = \boxed{H}$ □

(5) 定理 関数 $y = f(x)$ が区間 $[a, b]$ で連続ならば、最大値 $f(c), c \in [a, b]$ がある。

(証明) $F = \{f(x) | x \in [a, b]\}$ とする。

1) もし、 F が、上に有界でないならば、 $\boxed{A}n \in \mathbf{N}, \exists x_n \in [a, b]; f(x_n) > n$

集積点定理により、部分数列 $\{x_{n_i}\}$ があり、 $\lim_{i \rightarrow \infty} x_{n_i} = d \in [a, b]$

連続より、 $\lim_{i \rightarrow \infty} f(x_{n_i}) = f(\boxed{B})$ である。

だが、 x_{n_i} の定義より $\lim_{i \rightarrow \infty} f(x_{n_i}) = \infty$ であり矛盾する。よって、 F は上に有界。

2) $F \neq \emptyset$ だから、上限 m がある。

その時、 F の数列 $\{f(x_n)\}$ で \boxed{C} に収束するものがある。

集積点定理より、収束する部分数列 $\{x_{n_i}\}$ がある。その収束値を c とする。

連続より、 $f(\boxed{D}) = f\left(\lim_{i \rightarrow \infty} x_{n_i}\right) = \lim_{i \rightarrow \infty} f(x_{n_i}) = \boxed{E}$ だから $\boxed{E} \in F$ である。

よって、 \boxed{E} は F の最大値である。 □

微積分前期期末試験 No.2

(6) 定理 関数 $y = f(x)$ が区間 $[a, b]$ で連続、 (a, b) で微分可能、
 $f(a) = f(b)$ ならば、 $\exists c \in (a, b); f'(c) = 0$ である。

(証明) 最大値の定理より、 $f(x)$ の最大値 $f(c)$, $c \in [a, b]$ がある。

もし、 $c = a$ または $c = b$ ならば、 $f(d)$ が最小値になる $d \in (a, b)$ があるから、
 以下と同じ証明で $f'(d) = 0$ が言える。

よって、 $c \in (a, b)$ と仮定する。

$f(c)$ は最大値であるから、 $\boxed{A} + h \in [a, b]$ ならば、 $f(\boxed{A} + h) - f(\boxed{A}) \boxed{B} 0$

もし、 $h > 0$ ならば $f'(c) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(\boxed{A} + \boxed{C}) - f(\boxed{A})}{\boxed{C}} \boxed{D} 0$

もし、 $h < 0$ ならば $f'(c) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(\boxed{A} + \boxed{C}) - f(\boxed{A})}{\boxed{C}} \boxed{E} 0$

よって、 $f'(c) = 0$ \square

問2. 次の空欄を埋めよ。

(1) コーシー列の定義: $\boxed{A} \epsilon > 0, \boxed{B} N; n > N, m > N \Rightarrow |a_n - a_m| < \boxed{C}$

(2) $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \alpha$ の定義: $\forall \epsilon > 0, \boxed{A} \delta > 0; |x - a| < \boxed{B} \Rightarrow |f(x) - \alpha| < \boxed{C}$

問3. 次の集合 X の下限 $a = \inf X$ および上限 $b = \sup X$ を求めよ。

$$X = \left\{ \frac{3n+1}{n} \mid n \in \mathbf{N} \right\}, a = \inf X, b = \sup X$$

問4. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n-1}{2n+1} = 2$ の次の証明の空欄を埋めよ。

(証明) $\forall \epsilon > 0$ に対し、 $\frac{\boxed{A}}{\boxed{B} \epsilon} - \frac{1}{\boxed{B}} < N$ となるように N を取る。すると、

$n > N$ ならば、 $\frac{\boxed{A}}{\boxed{B} n + 1} < \epsilon$ より、 $\left| \frac{4n-1}{2n+1} - \boxed{C} \right| < \epsilon$ \square

問5. 次のべき級数の収束半径 R を求めよ。

(1) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2}{3^n} x^n$

(2) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^3}{n+1} x^n$

問6. $f(x) = \frac{1}{6} \cos 3x$ のマクローリン展開の2次項 $-\frac{\boxed{B}}{\boxed{A}} x^2$ の係数を求めよ。

問 7. 次の微分を計算し、空欄を 1, 2, 3, 4, 5, sin, cos, log で埋めよ。

なお、解答欄の s は sin, c は cos, ℓ は log を表す。

$$(1) \frac{d}{dx} \left(\sqrt[5]{\cos x}^2 \right) = - \frac{2 \boxed{A} x}{5 \sqrt[5]{\boxed{B} x} \boxed{C}}$$

$$(2) \left(e^{3x} \cos 4x \right)' = e^{3x} (\boxed{A} \cos 4x - \boxed{B} \boxed{C} 4x)$$

$$(3) \frac{d}{dx} \left(e^{3x} \log |x^2 + 1| \right) = \frac{ \left\{ (\boxed{A} x^2 + \boxed{B}) \boxed{C} |x^2 + 1| + \boxed{D} x \right\} e^{3x} }{ (x^2 + 1) }$$

$$(4) \left(\frac{\tan^{-1} \frac{x}{3}}{\cos x^2} \right)' = \frac{ \boxed{A} \cos x^2 + (\boxed{B} x^3 + 18x) \tan^{-1} \frac{x}{3} \boxed{C} x^2 }{ (x^2 + 9) \cos \boxed{D} x^2 }$$

$$(5) \frac{d}{dx} \left(\frac{\sin^{-1} \frac{x}{2}}{\log |4 - x^2|} \right) = \frac{ \sqrt{\boxed{A} - x^2} \boxed{B} |4 - x^2| + \boxed{C} x \sin^{-1} \frac{x}{2} }{ (4 - x^2)(\log |4 - x^2|) \boxed{D} }$$

前期試験

学籍番号

--	--	--	--	--	--	--

氏名

--

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

問1(1)

A	▽	⊃	€	δ	n	m	a	b
B	▽	⊃	€	δ	n	m	a	b
C	▽	⊃	€	δ	n	m	a	b
D	▽	⊃	€	δ	n	m	a	b

(2)

A	0	1	i	n	a	x	<	>
B	0	1	i	n	a	x	<	>
C	0	1	i	n	a	x	<	>
D	0	1	i	n	a	x	<	>
E	0	1	i	n	a	x	<	>
F	0	1	i	n	a	x	<	>

(3)

A	▽	⊃	€	0	1	a	n	m
B	▽	⊃	€	0	1	a	n	m
C	▽	⊃	€	0	1	a	n	m
D	▽	⊃	€	0	1	a	n	m
E	▽	⊃	€	0	1	a	n	m

(4)

A	▽	⊃	€	δ	0	c	x	<
B	▽	⊃	€	δ	0	c	x	<
C	▽	⊃	€	δ	0	c	x	<
D	▽	⊃	€	δ	0	c	x	<
E	▽	⊃	€	δ	0	c	x	<
F	▽	⊃	€	δ	0	c	x	<
G	▽	⊃	€	δ	0	c	x	<
H	▽	⊃	€	δ	0	c	x	<

(5)

A	▽	⊃	0	∞	c	d	x	m
B	▽	⊃	0	∞	c	d	x	m
C	▽	⊃	0	∞	c	d	x	m
D	▽	⊃	0	∞	c	d	x	m
E	▽	⊃	0	∞	c	d	x	m

(6)

A	a	b	c	d	x	h	<	>
B	a	b	c	d	x	h	<	>
C	a	b	c	d	x	h	<	>
D	a	b	c	d	x	h	<	>
E	a	b	c	d	x	h	<	>

問2(1)

A	▽	⊃	€	δ	a	x	n	m
B	▽	⊃	€	δ	a	x	n	m
C	▽	⊃	€	δ	a	x	n	m

(2)

A	▽	⊃	€	δ	a	x	n	m
B	▽	⊃	€	δ	a	x	n	m
C	▽	⊃	€	δ	a	x	n	m

問3

a	1	2	3	4	5	6	7	8
b	1	2	3	4	5	6	7	8

問4

A	1	2	3	4	5	6	7	8
B	1	2	3	4	5	6	7	8
C	1	2	3	4	5	6	7	8

問5

(1)	1	2	3	4	5	6	7	8
(2)	1	2	3	4	5	6	7	8

問6

A	1	2	3	4	5	6	7	8
B	1	2	3	4	5	6	7	8

問7(1)

A	1	2	3	4	5	s	c	ℓ
B	1	2	3	4	5	s	c	ℓ
C	1	2	3	4	5	s	c	ℓ

(2)

A	1	2	3	4	5	s	c	ℓ
B	1	2	3	4	5	s	c	ℓ
C	1	2	3	4	5	s	c	ℓ

(3)

A	1	2	3	4	5	s	c	ℓ
B	1	2	3	4	5	s	c	ℓ
C	1	2	3	4	5	s	c	ℓ

(4)

A	1	2	3	4	5	s	c	ℓ
B	1	2	3	4	5	s	c	ℓ
C	1	2	3	4	5	s	c	ℓ

(5)

A	1	2	3	4	5	s	c	ℓ
B	1	2	3	4	5	s	c	ℓ
C	1	2	3	4	5	s	c	ℓ
D	1	2	3	4	5	s	c	ℓ

前期試験

学籍番号

--	--	--	--	--	--	--

氏名

--

0	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
1	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ①
2	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ②
3	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ③
4	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ④
5	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑤
6	<input type="radio"/> ⑥	<input type="radio"/> ⑥	<input type="radio"/> ⑥	<input type="radio"/> ⑥	<input type="radio"/> ⑥	<input type="radio"/> ⑥	<input type="radio"/> ⑥
7	<input type="radio"/> ⑦	<input type="radio"/> ⑦	<input type="radio"/> ⑦	<input type="radio"/> ⑦	<input type="radio"/> ⑦	<input type="radio"/> ⑦	<input type="radio"/> ⑦
8	<input type="radio"/> ⑧	<input type="radio"/> ⑧	<input type="radio"/> ⑧	<input type="radio"/> ⑧	<input type="radio"/> ⑧	<input type="radio"/> ⑧	<input type="radio"/> ⑧
9	<input type="radio"/> ⑨	<input type="radio"/> ⑨	<input type="radio"/> ⑨	<input type="radio"/> ⑨	<input type="radio"/> ⑨	<input type="radio"/> ⑨	<input type="radio"/> ⑨

問 1(1)

A	<input type="radio"/> ∇	<input type="radio"/> ∃	<input type="radio"/> €	<input type="radio"/> δ	<input type="radio"/> n	<input type="radio"/> m	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> b
B	<input type="radio"/> ∇	<input type="radio"/> ∃	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> δ	<input type="radio"/> n	<input type="radio"/> m	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> b
C	<input type="radio"/> ∇	<input type="radio"/> ∃	<input type="radio"/> €	<input type="radio"/> δ	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> m	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> b
D	<input type="radio"/> ∇	<input type="radio"/> ∃	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> δ	<input type="radio"/> n	<input type="radio"/> m	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> b
(2)	A	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> i	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> x	<input type="radio"/> <	<input type="radio"/> >
B	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> i	<input type="radio"/> n	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> x	<input type="radio"/> <	<input type="radio"/> >	
C	<input type="radio"/> ①	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> i	<input type="radio"/> n	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> x	<input type="radio"/> <	<input type="radio"/> >
D	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> i	<input type="radio"/> n	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> x	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> >	
E	<input type="radio"/> ①	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> n	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> x	<input type="radio"/> <	<input type="radio"/> >	
F	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> i	<input type="radio"/> n	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> x	<input type="radio"/> <	<input type="radio"/> >	
(3)	A	<input type="radio"/> ∇	<input type="radio"/> ∃	<input type="radio"/> €	<input type="radio"/> ①	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> n
B	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ∃	<input type="radio"/> €	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> n	<input type="radio"/> m	
C	<input type="radio"/> ∇	<input type="radio"/> ∃	<input type="radio"/> €	<input type="radio"/> ①	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> n	<input type="radio"/> m	
D	<input type="radio"/> ∇	<input type="radio"/> ∃	<input type="radio"/> €	<input type="radio"/> ①	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> n	<input type="radio"/> m	
E	<input type="radio"/> ∇	<input type="radio"/> ∃	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> n	<input type="radio"/> m	
(4)	A	<input type="radio"/> ∇	<input type="radio"/> ∃	<input type="radio"/> €	<input type="radio"/> δ	<input type="radio"/> ①	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> x
B	<input type="radio"/> ∇	<input type="radio"/> ∃	<input type="radio"/> €	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> x	<input type="radio"/> <
C	<input type="radio"/> ∇	<input type="radio"/> ∃	<input type="radio"/> €	<input type="radio"/> δ	<input type="radio"/> ①	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> x	<input type="radio"/> <
D	<input type="radio"/> ∇	<input type="radio"/> ∃	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> δ	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> x	<input type="radio"/> <
E	<input type="radio"/> ∇	<input type="radio"/> ∃	<input type="radio"/> €	<input type="radio"/> δ	<input type="radio"/> ①	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> x	<input type="radio"/> <
F	<input type="radio"/> ∇	<input type="radio"/> ∃	<input type="radio"/> €	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> x	<input type="radio"/> <
G	<input type="radio"/> ∇	<input type="radio"/> ∃	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> δ	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> x	<input type="radio"/> <
H	<input type="radio"/> ∇	<input type="radio"/> ∃	<input type="radio"/> €	<input type="radio"/> δ	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> x	<input type="radio"/> <
(5)	A	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ∃	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ∞	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> d	<input type="radio"/> x
B	<input type="radio"/> ∇	<input type="radio"/> ∃	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ∞	<input type="radio"/> c	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> x	<input type="radio"/> m
C	<input type="radio"/> ∇	<input type="radio"/> ∃	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ∞	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> d	<input type="radio"/> x	<input checked="" type="radio"/>
D	<input type="radio"/> ∇	<input type="radio"/> ∃	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ∞	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> d	<input type="radio"/> x	<input type="radio"/> m
E	<input type="radio"/> ∇	<input type="radio"/> ∃	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ∞	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> d	<input type="radio"/> x	<input checked="" type="radio"/>
(6)	A	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> b	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> d	<input type="radio"/> x	<input type="radio"/> h	<input type="radio"/> <
B	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> b	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> d	<input type="radio"/> x	<input type="radio"/> h	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> >
C	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> b	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> d	<input type="radio"/> x	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> <	<input type="radio"/> >
D	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> b	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> d	<input type="radio"/> x	<input type="radio"/> h	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> >
E	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> b	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> d	<input type="radio"/> x	<input type="radio"/> h	<input type="radio"/> <	<input checked="" type="radio"/>

問 2(1)

A	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ∃	<input type="radio"/> €	<input type="radio"/> δ	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> x	<input type="radio"/> n	<input type="radio"/> m
B	<input type="radio"/> ∇	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> €	<input type="radio"/> δ	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> x	<input type="radio"/> n	<input type="radio"/> m
C	<input type="radio"/> ∇	<input type="radio"/> ∃	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> δ	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> x	<input type="radio"/> n	<input type="radio"/> m
A	<input type="radio"/> ∇	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> €	<input type="radio"/> δ	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> x	<input type="radio"/> n	<input type="radio"/> m
B	<input type="radio"/> ∇	<input type="radio"/> ∃	<input type="radio"/> €	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> x	<input type="radio"/> n	<input type="radio"/> m
C	<input type="radio"/> ∇	<input type="radio"/> ∃	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> δ	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> x	<input type="radio"/> n	<input type="radio"/> m
a	①	②	<input checked="" type="radio"/>	④	⑤	⑥	⑦	⑧
b	①	②	③	<input checked="" type="radio"/>	⑤	⑥	⑦	⑧
A	①	②	<input checked="" type="radio"/>	④	⑤	⑥	⑦	⑧
B	①	<input checked="" type="radio"/>	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧
C	①	<input checked="" type="radio"/>	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧
(1)	①	②	<input checked="" type="radio"/>	④	⑤	⑥	⑦	⑧
(2)	<input checked="" type="radio"/>	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧
A	①	②	③	<input checked="" type="radio"/>	⑤	⑥	⑦	⑧
B	①	②	<input checked="" type="radio"/>	④	⑤	⑥	⑦	⑧
A	①	②	③	④	⑤	<input checked="" type="radio"/>	c	ℓ
B	①	②	③	④	⑤	s	<input checked="" type="radio"/>	ℓ
C	①	②	<input checked="" type="radio"/>	④	⑤	s	c	ℓ
A	①	②	<input checked="" type="radio"/>	④	⑤	s	c	ℓ
B	①	②	③	<input checked="" type="radio"/>	⑤	s	c	ℓ
C	①	②	③	④	⑤	<input checked="" type="radio"/>	c	ℓ
A	①	②	<input checked="" type="radio"/>	④	⑤	s	c	ℓ
B	①	②	<input checked="" type="radio"/>	④	⑤	s	c	ℓ
C	①	②	③	④	⑤	s	c	<input checked="" type="radio"/>
D	①	<input checked="" type="radio"/>	③	④	⑤	s	c	ℓ
A	①	②	<input checked="" type="radio"/>	④	⑤	s	c	ℓ
B	①	<input checked="" type="radio"/>	③	④	⑤	s	c	ℓ
C	①	②	③	④	⑤	<input checked="" type="radio"/>	c	ℓ
D	①	<input checked="" type="radio"/>	③	④	⑤	s	c	ℓ
A	①	②	③	<input checked="" type="radio"/>	⑤	s	c	ℓ
B	①	②	③	④	⑤	s	c	<input checked="" type="radio"/>
C	①	<input checked="" type="radio"/>	③	④	⑤	s	c	ℓ
D	①	<input checked="" type="radio"/>	③	④	⑤	s	c	ℓ

微積分前期期末試験 5 解答

問 1

- (1) $A = a, B = \epsilon, C = n, D = \epsilon,$
- (2) $A = n, B = a, C = 1, D = \leq, E = i, F = a$
- (3) $A = 1, B = \forall, C = a, D = a, E = \epsilon$
- (4) $A = c, B = \delta, C = c, D = \epsilon, E = c, F = \delta, G = \epsilon, H = 0$
- (5) $A = \forall, B = d, C = m, D = c, E = m$
- (6) $A = c, B = \leq, C = h, D = \leq, E = \geq$

問 2 (1) $A = \forall, B = \exists, C = \epsilon,$ (2) $A = \exists, B = \delta, C = \epsilon$

問 3 $a = \inf X = 3, b = \sup X = 4$

問 4 $A = 3, B = 2, C = 2$

問 5 (1) 3 (2) 1

問 6 $A = 4, B = 3,$

問 7

- (1) $A = \sin, B = \cos, C = 3,$
- (2) $A = 3, B = 4, C = \sin,$
- (3) $A = 3, B = 3, C = \log, D = 2,$
- (4) $A = 3, B = 2, C = \sin, D = 2$
- (5) $A = 4, B = \log, C = 2, D = 2$

微積分後期期末試験 No. 1

問 1. 次の不定積分を計算し、空欄を 1, 2, 3, 4, 5, sin, cos, log で埋めよ。

ただし、解答用紙の s は sin、 c は cos、 ℓ は log を表す。

$$(1) \int \cos x \sin^2 x \, dx = \frac{1}{\boxed{A}} \boxed{B}^{\boxed{C}} x + C$$

$$(2) \int \frac{3x\{\log(x^2 + 1)\}^2}{(x^2 + 1)} \, dx = \frac{1}{\boxed{A}} \{\boxed{B}(x^2 + 1)\}^{\boxed{C}} + C$$

$$(3) \int (2x + 1) \sin 2x \, dx = -\frac{(2x + 1)}{\boxed{A}} \boxed{B} 2x + \frac{1}{\boxed{C}} \boxed{D} 2x + C$$

$$(4) \int \frac{x - 1}{(x + 1)(x - 2)} \, dx = \frac{1}{\boxed{A}} \boxed{B} \left| (x + \boxed{C})^{\boxed{D}} (x - \boxed{E}) \right| + C$$

問 2 . 次の定積分を計算し、空欄を 1, 2, 3, 4, 5, 6, π , e で埋めよ。

$$(1) \int_1^3 \frac{x}{4\sqrt[3]{x^2-1}} dx = \frac{\boxed{A}}{\boxed{B}}$$

$$(2) \int_1^{e^{\frac{\pi}{3}}} \frac{\sin(\log x)}{x} dx = \frac{\boxed{A}}{\boxed{B}}$$

$$(3) \int_1^3 \frac{2}{x^2 - 2x + 5} dx = \frac{\boxed{A}}{\boxed{B}}$$

問 3 . 次の偏微分を計算し、空欄を 1, 2, 3, 4, x , x^2 , y , y^2 で埋めよ。

$$(1) z = \log |x^3 + xy^2 + y^2|, \quad \frac{\partial z}{\partial x} = \frac{3\boxed{A} + \boxed{B}}{x^3 + xy^2 + y^2}, \quad \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{\boxed{C}xy + 2\boxed{D}}{x^3 + xy^2 + y^2}$$

$$(2) z = xye^{3x+y^2}, \quad z_x = (1 + \boxed{A}x) \boxed{B} e^{3x+y^2}, \quad z_y = (1 + \boxed{C}y^2) \boxed{D} e^{3x+y^2}$$

$$(3) z = \text{Tan}^{-1} \frac{y}{x}, \quad \frac{\partial z}{\partial x} = -\frac{\boxed{A}}{\boxed{B} + y^2}, \quad \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{\boxed{C}}{x^2 + \boxed{D}}$$

微積分後期期末試験 No. 2

問4. 陰関数 $x^2 + xy + 2y^2 = \frac{1}{2}$ の両辺を x で微分することにより、 y' , y'' を求める。

$$y' = -\frac{\boxed{A}x + \boxed{B}y}{x + \boxed{C}y}, \quad y'' = -\frac{\boxed{D}}{(x + \boxed{E}y)\boxed{F}}$$

問5. 解答用紙の s は \sin を、 c は \cos を表す。

不定積分 $I = \int e^{ax} \sin bx \, dx$, $J = \int e^{ax} \cos bx \, dx$ を求める。

積分 $\int e^{ax} \, dx = \frac{1}{\boxed{A}} e^{ax} + C$ を使用して、 I , J にそれぞれ部分積分を適用すると、

$$I = \frac{1}{\boxed{A}} e^{ax} \boxed{B} bx - \frac{\boxed{C}}{\boxed{A}} J \quad J = \frac{1}{\boxed{A}} e^{ax} \boxed{D} bx + \frac{\boxed{C}}{\boxed{A}} I$$

以上から、上式を I , J に関する連立方程式とみなして、解くと

$$I = \frac{e^{ax}}{a^2 + b^2} \left(\boxed{E} \sin bx - \boxed{F} \cos bx \right), \quad J = \frac{e^{ax}}{a^2 + b^2} \left(\boxed{G} \sin bx + \boxed{H} \cos bx \right)$$

問6. 以下の空欄に 0, 1, 2, 3, π , n , \sin , \cos を入れよ。

ただし、解答欄の s は \sin を、 c は \cos を表す。

$I_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^n x \, dx$ を計算する。

まず、 $n = 0, 1$ のとき、 $I_0 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^0 x \, dx = \frac{\boxed{A}}{2}$, $I_1 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x \, dx = \boxed{B}$

$n \geq 2$ のときは、部分積分により、

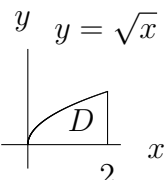
$$I_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\boxed{C}x)' \cos^{n-1} x \, dx = (\boxed{D} - 1) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \boxed{E}^2 x \cos^{n-2} x \, dx = (\boxed{D} - 1) I_{n-\boxed{F}} - (\boxed{D} - 1) I_n$$

よって、 $I_n = \frac{\boxed{D} - 1}{\boxed{D}} I_{n-\boxed{F}}$ となり、

n が偶数ならば、 $I_n = \frac{\boxed{D} - 1}{\boxed{D}} \cdots \cdots \frac{1}{\boxed{G}} \frac{\boxed{A}}{2}$ 、 n が奇数ならば、 $I_n = \frac{\boxed{D} - 1}{\boxed{D}} \cdots \cdots \frac{\boxed{H}}{\boxed{I}} \boxed{B}$

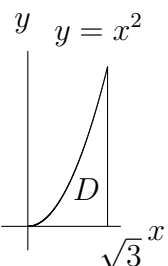
問 7. 次の重積分を計算し、空欄を 1, 2, 3, 4, 5, 6, π , e で埋めよ。

(1)



$$\iint_D \frac{1}{12} x^2 y \, dS = \frac{\boxed{A}}{\boxed{B}}$$

(2)



$$\iint_D \frac{3}{(y - x^2 - 9)^2} \, dS = \frac{\boxed{A} \sqrt{3} - \boxed{B}}{\boxed{C}}$$

問 8. 次の微分方程式を解き、空欄を 2, 3, 4, x , x^2 , x^3 , \sin , \cos , \log で埋めよ。
ただし、解答用紙の s は \sin を、 c は \cos を、 ℓ は \log を表す。

(1)

$$y' = e^{2y} x^3, \quad \text{解 } y = -\frac{1}{2} \boxed{A} \left(C - \frac{\boxed{B}}{2} \right)$$

(2)

$$xy' = 3y - x^5 \sin x^2, \quad \text{解 } y = \frac{\boxed{A}}{2} \boxed{B} \boxed{C} + C \boxed{A}$$

後期試験

学籍番号

--	--	--	--	--	--	--

氏名

--

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

問 1(1)

A	1	2	3	4	5	s	c	ℓ
B	1	2	3	4	5	s	c	ℓ
C	1	2	3	4	5	s	c	ℓ

(2)

A	1	2	3	4	5	s	c	ℓ
B	1	2	3	4	5	s	c	ℓ
C	1	2	3	4	5	s	c	ℓ

(3)

A	1	2	3	4	5	s	c	ℓ
B	1	2	3	4	5	s	c	ℓ
C	1	2	3	4	5	s	c	ℓ

(4)

A	1	2	3	4	5	s	c	ℓ
B	1	2	3	4	5	s	c	ℓ
C	1	2	3	4	5	s	c	ℓ
D	1	2	3	4	5	s	c	ℓ
E	1	2	3	4	5	s	c	ℓ

問 2(1)

A	1	2	3	4	5	6	π	e
B	1	2	3	4	5	6	π	e

(2)

A	1	2	3	4	5	6	π	e
B	1	2	3	4	5	6	π	e

(3)

A	1	2	3	4	5	6	π	e
B	1	2	3	4	5	6	π	e

問 3(1)

A	1	2	3	4	x	x ²	y	y ²
B	1	2	3	4	x	x ²	y	y ²
C	1	2	3	4	x	x ²	y	y ²
D	1	2	3	4	x	x ²	y	y ²

(2)

A	1	2	3	4	x	x ²	y	y ²
B	1	2	3	4	x	x ²	y	y ²
C	1	2	3	4	x	x ²	y	y ²
D	1	2	3	4	x	x ²	y	y ²

(3)

A	1	2	3	4	x	x ²	y	y ²
B	1	2	3	4	x	x ²	y	y ²
C	1	2	3	4	x	x ²	y	y ²
D	1	2	3	4	x	x ²	y	y ²

問 4

A	1	2	3	4	5	6	7	8
B	1	2	3	4	5	6	7	8
C	1	2	3	4	5	6	7	8

D	1	2	3	4	5	6	7	8
E	1	2	3	4	5	6	7	8
F	1	2	3	4	5	6	7	8

問 5

A	a	a ²	b	b ²	π	e	s	c
B	a	a ²	b	b ²	π	e	s	c
C	a	a ²	b	b ²	π	e	s	c

D	a	a ²	b	b ²	π	e	s	c
E	a	a ²	b	b ²	π	e	s	c
F	a	a ²	b	b ²	π	e	s	c

G	a	a ²	b	b ²	π	e	s	c
H	a	a ²	b	b ²	π	e	s	c

問 6

A	1	2	3	4	π	n	s	c
B	1	2	3	4	π	n	s	c
C	1	2	3	4	π	n	s	c

D	1	2	3	4	π	n	s	c
E	1	2	3	4	π	n	s	c
F	1	2	3	4	π	n	s	c

G	1	2	3	4	π	n	s	c
H	1	2	3	4	π	n	s	c
I	1	2	3	4	π	n	s	c

問 7(1)

A	1	2	3	4	5	6	π	e
B	1	2	3	4	5	6	π	e

(2)

A	1	2	3	4	5	6	π	e
B	1	2	3	4	5	6	π	e
C	1	2	3	4	5	6	π	e

問 8(1)

A	2	3	4	x	x ²	x ³	x ⁴	ℓ
B	2	3	4	x	x ²	x ³	x ⁴	ℓ

(2)

A	2	3	4	x	x ²	x ³	s	c
B	2	3	4	x	x ²	x ³	s	c
C	2	3	4	x	x ²	x ³	s	c

--	--	--	--	--	--	--

--

0	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
1	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ①
2	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ②
3	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ③
4	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ④
5	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑤
6	<input type="radio"/> ⑥	<input type="radio"/> ⑥	<input type="radio"/> ⑥	<input type="radio"/> ⑥	<input type="radio"/> ⑥	<input type="radio"/> ⑥	<input type="radio"/> ⑥
7	<input type="radio"/> ⑦	<input type="radio"/> ⑦	<input type="radio"/> ⑦	<input type="radio"/> ⑦	<input type="radio"/> ⑦	<input type="radio"/> ⑦	<input type="radio"/> ⑦
8	<input type="radio"/> ⑧	<input type="radio"/> ⑧	<input type="radio"/> ⑧	<input type="radio"/> ⑧	<input type="radio"/> ⑧	<input type="radio"/> ⑧	<input type="radio"/> ⑧
9	<input type="radio"/> ⑨	<input type="radio"/> ⑨	<input type="radio"/> ⑨	<input type="radio"/> ⑨	<input type="radio"/> ⑨	<input type="radio"/> ⑨	<input type="radio"/> ⑨

問 1(1)

A	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> s	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> ℓ
B	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> ℓ
C	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> s	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> ℓ

(2)

A	<input type="radio"/> ①	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> s	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> ℓ
B	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> s	<input type="radio"/> c	<input checked="" type="radio"/>
C	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> s	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> ℓ

(3)

A	<input type="radio"/> ①	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> s	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> ℓ
B	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> s	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ℓ
C	<input type="radio"/> ①	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> s	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> ℓ

(4)

A	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> s	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> ℓ
B	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> s	<input type="radio"/> c	<input checked="" type="radio"/>
C	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> s	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> ℓ
D	<input type="radio"/> ①	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> s	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> ℓ
E	<input type="radio"/> ①	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> s	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> ℓ

問 2(1)

A	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑥	<input type="radio"/> π	<input type="radio"/> e
B	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑥	<input type="radio"/> π	<input type="radio"/> e

(2)

A	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑥	<input type="radio"/> π	<input type="radio"/> e
B	<input type="radio"/> ①	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑥	<input type="radio"/> π	<input type="radio"/> e

(3)

A	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑥	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> e
B	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑥	<input type="radio"/> π	<input type="radio"/> e

問 3(1)

A	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> x	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> y	<input type="radio"/> y^2
B	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> x	<input type="radio"/> x^2	<input type="radio"/> y	<input checked="" type="radio"/>

(2)

C	<input type="radio"/> ①	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> x	<input type="radio"/> x^2	<input type="radio"/> y	<input type="radio"/> y^2
D	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> x	<input type="radio"/> x^2	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> y^2

(3)

A	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> x	<input type="radio"/> x^2	<input type="radio"/> y	<input type="radio"/> y^2
B	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> x	<input type="radio"/> x^2	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> y^2
C	<input type="radio"/> ①	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> x	<input type="radio"/> x^2	<input type="radio"/> y	<input type="radio"/> y^2
D	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> x^2	<input type="radio"/> y	<input type="radio"/> y^2

問 4

A	<input type="radio"/> ①	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑥	<input type="radio"/> ⑦	<input type="radio"/> ⑧
B	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑥	<input type="radio"/> ⑦	<input type="radio"/> ⑧
C	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑥	<input type="radio"/> ⑦	<input type="radio"/> ⑧

問 5

D	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑥	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ⑧
E	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑥	<input type="radio"/> ⑦	<input type="radio"/> ⑧
F	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> ⑤	<input type="radio"/> ⑥	<input type="radio"/> ⑦	<input type="radio"/> ⑧

問 6

A	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> a^2	<input type="radio"/> b	<input type="radio"/> b^2	<input type="radio"/> π	<input type="radio"/> e	<input type="radio"/> s	<input type="radio"/> c
B	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> a^2	<input type="radio"/> b	<input type="radio"/> b^2	<input type="radio"/> π	<input type="radio"/> e	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> c

問 7(1)

C	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> a^2	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> b^2	<input type="radio"/> π	<input type="radio"/> e	<input type="radio"/> s	<input type="radio"/> c
D	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> a^2	<input type="radio"/> b	<input type="radio"/> b^2	<input type="radio"/> π	<input type="radio"/> e	<input type="radio"/> s	<input checked="" type="radio"/>

(2)

E	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> a^2	<input type="radio"/> b	<input type="radio"/> b^2	<input type="radio"/> π	<input type="radio"/> e	<input type="radio"/> s	<input type="radio"/> c
F	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> a^2	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> b^2	<input type="radio"/> π	<input type="radio"/> e	<input type="radio"/> s	<input type="radio"/> c

問 8(1)

G	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> a^2	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> b^2	<input type="radio"/> π	<input type="radio"/> e	<input type="radio"/> s	<input type="radio"/> c
H	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> a^2	<input type="radio"/> b	<input type="radio"/> b^2	<input type="radio"/> π	<input type="radio"/> e	<input type="radio"/> s	<input type="radio"/> c

(2)

A	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> n	<input type="radio"/> s	<input type="radio"/> c
B	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> π	<input type="radio"/> n	<input type="radio"/> s	<input type="radio"/> c
C	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input type="radio"/> ③	<input type="radio"/> ④	<input type="radio"/> π	<input type="radio"/> n	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> c

微積分後期期末試験 5 解答

問 1

- (1) $A = 3$, $B = \sin$, $C = 3$,
- (2) $A = 2$, $B = \log$, $C = 3$,
- (3) $A = 2$, $B = \cos$, $C = 2$, $D = \sin$,
- (4) $A = 3$, $B = \log$, $C = 1$, $D = 2$, $E = 2$

問 2

- (1) $A = 3$, $B = 4$,
- (2) $A = 1$, $B = 2$,
- (3) $A = \pi$, $B = 4$,

問 3

- (1) $A = x^2$, $B = y^2$, $C = 2$, $D = y$,
- (2) $A = 3$, $B = y$, $C = 2$, $D = x$,
- (3) $A = y$, $B = x^2$, $C = x$, $D = y^2$,

問 4

$$A = 2, B = 1, C = 4, D = 7, E = 4, F = 3$$

問 5

$$A = a, B = \sin, C = b, D = \cos, E = a, F = b, G = b, H = a,$$

問 6

$$A = \pi, B = 1, C = \sin, D = n, E = \sin, F = 2, G = 2, H = 2, I = 3,$$

問 7

- (1) $A = 1$, $B = 6$,
- (2) $A = 2$, $B = \pi$, $C = 6$

問 8

- (1) $A = \log$, $B = x^4$,
- (2) $A = x^3$, $B = \cos$, $C = x^2$