『はじめて学ぶリー群』正誤表

井ノ口順一（Jun-ichi Inoguchi）

2022.10.21

2 刷で訂正した誤植

- p. 32，7 行目:
  $(1,2)$ 成分と $(2,1)$ 成分 $\longmapsto$ $(1,1)$ 成分と $(2,2)$ 成分
- p. 32，12 行目:
  $x''(s) = -\kappa(s)y(s) \longmapsto x''(s) = -\kappa(s)y'(s)$,
  $y''(s) = \kappa(s)x(s) \longmapsto y''(s) = \kappa(s)x'(s)$.
- p. 32，20 行目:
  曲率は正の一定値 $1/r^2 \longmapsto$ 曲率は正の一定値 $1/r$
- p. 35 16 行目 交代行列の定義式 ${}^tA = A \longmapsto$ 交代行列の定義式 ${}^tA = -A$
- p. 51，問題 4.6：$A \in \mathrm{M}_n\mathbb{R} \longmapsto A \in \mathrm{M}_2\mathbb{R}$
- p. 85，下から 6 行目：$\mathrm{P}_{\mathbb{W}} \longmapsto P_{\mathbb{W}}$
- p. 92, 3 行目：$\|A\| = \mathrm{tr}({}^tAA) \longmapsto \|A\| = \sqrt{\mathrm{tr}({}^tAA)}$
- p. 113，20 行目：$\overline{c_{11}} = |C|\,c_{22} \longmapsto \overline{c_{11}} = c_{22}/|C|$, $\overline{c_{21}} = -|C|\,c_{12} \longmapsto \overline{c_{21}} = -c_{12}/|C|$
- p. 116，8 行目：$\xi_0^2 + \xi_1^2 + x_2^2 + x_3^2 \longmapsto \xi_0^2 + \xi_1^2 + \xi_2^2 + \xi_3^2$
- p. 134，10 行目：
  $$\|X(X^k - Y^k)\| + \|X(X^k - Y^k) + (X - Y)Y^k\| \longmapsto \|X(X^k - Y^k)\| + \|(X - Y)Y^k\|$$
- p. 156, 13 行目：(5.9)) $\longmapsto$ (5.9)
- p. 185，問題 11.8：
  $$\frac{p_k x_n + q_k}{r_k x + s_k} \longmapsto \frac{p_k x_n + q_k}{r_k x_n + s_k}$$
- p. 196, 註 12.3：(ii) の次の行：$\{E_1', E_2', E_3'\}$ を $\{E_1, E_2, E_3\}$ に訂正.
- p. 196, 下から 1 行目：非ユニモデュラーでない $\longmapsto$ ユニモデュラーでない
- p. 210，問題 12.3：絶対値 $|k + l| \longmapsto$ 絶対値 $|k + n|$
- p. 248，問題 12.3 の解答：$|k + l|$ を $|k + n|$ に訂正.
- p. 20, 補題 2.1 の証明：$g(\boldsymbol{p}) = (x\boldsymbol{e}_1 + y\boldsymbol{e}_2)$ を $g(\boldsymbol{p}) = g(x\boldsymbol{e}_1 + y\boldsymbol{e}_2)$ に.

- p. 236, 問題 5.2 の解答: より基底を $\{E_{11}, E_{21}, E_{12}, E_{22}\}$ に $\longmapsto$ より基底 $\{E_{11}, E_{21}, E_{12}, E_{22}\}$ に
- p. 236, 問題 5.2 の解答：

$$\frac{1}{|A|}\begin{pmatrix} dA & -cA \\ -bA & aA \end{pmatrix} \longmapsto \frac{1}{|A|}\begin{pmatrix} a_{22}A & -a_{21}A \\ -a_{12}A & a_{11}A \end{pmatrix}$$

- p. 41, 定理 4.1: $a, b \in \mathbb{R}$ を $c \in \mathbb{R}$ に訂正.

3 刷で訂正した誤植および改善した箇所

- 目次，p. 86, 11 行目，p. 222, 10 行目，11 行目，p. 223, 柱，p. 233, 下から 6 行目，索引：シルベスターをシルヴェスターに修正.
- p. 6, 問題 1.1：“変換 (1.9)” を “原点 O を中心とする角 θ の回転” に修正.
- p. 9, $A + O = O + A$ に加筆：$A + O = O + A = A$
- p. 13, 定義 1.7：$H = (G', \star)$ を $G' = (G', \star)$ に訂正.
- p. 24, $\mathrm{A} = \mathrm{A}'$ を $\angle\mathrm{A} = \angle\mathrm{A}'$ に修正
- p. 24, 8 行目，

> ここで補題 2.4 より $g(\mathrm{O}) = \mathrm{O}$, $g(\mathrm{D}) = \mathrm{D}'$ をみたす $g \in \mathrm{E}(2)$ が存在する．このとき $g(\mathrm{E}) = \mathrm{E}'$ より $\triangle\mathrm{ODE} \equiv_g \triangle\mathrm{OD'E'}$. 以上より $\triangle\mathrm{ABC} \equiv \triangle\mathrm{A'B'C'}$.

  に以下のように加筆.

> ここで補題 2.4 より $g(\mathrm{O}) = \mathrm{O}$, $g(\mathrm{D}) = \mathrm{D}'$ をみたす $g \in \mathrm{E}(2)$ が存在する．$\mathrm{E}'' := g(\mathrm{E})$ とおく．$\mathrm{E}'' = \mathrm{E}'$ なら $\triangle\mathrm{ODE} \equiv_g \triangle\mathrm{OD'E'}$ である．$\mathrm{E}'' \neq \mathrm{E}'$ のときは線分 $\mathrm{E'E''}$ の垂直 2 等分線 ℓ' を軸とする線対称変換 h により $\triangle\mathrm{OD'E'} \equiv_h \triangle\mathrm{OD'E''}$ がいえる．以上より $\triangle\mathrm{ABC} \equiv \triangle\mathrm{A'B'C'}$ が示せた.

- p. 25, $m_1^{n_1} * m_2^{n_2} * \ldots m_k^{n_k}$ を $m_1^{n_1} * m_2^{n_2} * \cdots * m_k^{n_k}$ に修正.
- p. 33, 12 行目：今回を本節に修正.
- p. 34, 下から 8 行目以降, A の選び方について加筆：$\tilde{\kappa}(s) = \pm\kappa(s)$ を仮定したとき，$A \in \mathrm{O}(2)$ を $\tilde{\kappa}(s) = |A|\kappa(s)$ となるように選ぶ.
- p. 35,　7 行目　$(F\,{}^t\tilde{F})'$ を $(F_2\,{}^t\tilde{F})'$ に訂正
- p. 35, 11 行目　$\boldsymbol{p}_2'(s) = \tilde{\boldsymbol{p}}(s)$ を $\boldsymbol{p}_2'(s) = \tilde{\boldsymbol{p}}'(s)$ に訂正.
- p. 52, 問 4.7：“H の単位元” を “G' の単位元” に訂正
- p. 92, 定理 6.2 において R_1 を R_3 に修正（§8.7 との記法の不一致を解消).
- p. 116, 7 行目の文末に加筆：$\xi, \eta \in \mathbf{H}$ に対し $\overline{\xi\eta} = \bar{\eta}\bar{\xi}$ が成り立つ.
- p. 119, 2 カ所の $\mathrm{O}^*(n)$ を $\mathrm{O}^*(2n)$ に修正.
- p. 136, 下から 3 行目から 4 行目：

$$f_{ij}(t) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{a_{ij}^{(k)}}{k!} t^k$$

で与えられる．項別微分を行う（ノルム収束しているので可能）と

を以下のように加筆修正する．

$$f_{ij}(t) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{a_{ij}^{(k)}}{k!} t^k$$

で与えられる．これはすべての $t \in \mathbb{R}$ について収束する冪級数であり (収束半径 ∞) 項別微分可能である．項別微分を行うと

- p. 138, “$e^{-tA}\boldsymbol{w}(t) = \boldsymbol{z}_0$, すなわち $\boldsymbol{w}(t) = \boldsymbol{z}(t)$” を次のように加筆修正．
  “$e^{-tA}\boldsymbol{w}(t) = \boldsymbol{z}_0$．この式の両辺に左から e^{-tA} をかけると $\boldsymbol{w}(t) = \boldsymbol{z}(t)$ を得る（ここで $e^{-tA}e^{tA} = E$ を使う．これは命題 9.2 で確かめる）．”
- p. 151, 註 10.1：$c_0 = E$ を $c_0 = O$ に修正．
- p. 171, 3 行目：記号を変更する．$\mathrm{SA}^{\pm}(n)$ を $\mathrm{EA}(n)$ に変更．
- p. 180, 半径 r の円の曲率は $\longmapsto$ 半径 r の双曲幾何の意味での円の曲率は
- p. 180, $|\kappa_{\mathsf{H}}| > 1$ のとき： 双曲幾何における円 $\longmapsto$ $\mathbb{H}^2$ 内にあるユークリッド幾何の意味での円
- p. 180, $0 < |\kappa_{\mathsf{H}}| < 1$ のとき：下図のようなユークリッド幾何の意味での円の一部．
  次のように加筆する．
  下図のようなユークリッド幾何の意味での円の一部または $x = a \pm \kappa_{\mathsf{H}} y/\sqrt{1-\kappa_{\mathsf{H}}^2}$ の $y > 0$ の部分 ($a \in \mathbb{R}$).
- p. 185, 問題 11.7：次のように訂正．$z, w \in \overline{\mathbb{C}}$ に対し $\pi^{-1}(z)$ と $\pi^{-1}(w)$ のユークリッド距離を z と w の弦距離とよび $\mathrm{d}_C(z,w)$ で表す．$\mathrm{d}_C(z,w)$ は

$$\mathrm{d}_C(z,w) = \frac{2|z-w|}{\sqrt{1+|z|^2}\sqrt{1+|w|^2}}, \quad z, w \neq \infty,$$
$$\mathrm{d}_C(z,\infty) = \frac{2}{\sqrt{1+|z|^2}}, \quad z \neq \infty$$

- p. 225, 下から 3 行目：([31, 定理 4.7])$\longmapsto$ (Pf A の定め方の詳細は [31, 定理 4.7] 参照)
- p. 225, 下から 2 行目：$m = 1, 2$ のときのパフィアンは $\longmapsto$ $m = 1, 2$ のときのパフィアンを書いてみよう
- p. 246, 下から 10 行目：$a + bi'$ を $a + b\mathtt{i}'$ に修正．
- p. 255, 下から 6 行目：多様論を多様体論に

3 刷で訂正できなかった誤植・その後の修正

- p. 25, 下から 4 行目：$S_\Pi(\boldsymbol{n}) = -\boldsymbol{n}$ を $S_\Pi(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{n}) = \boldsymbol{a}-\boldsymbol{n}$ に訂正.
- p. 88, 11 行目：指定したものを $\mathbb{R}^n$ を $\mathbb{E}^n$ $\longmapsto$ 指定したものを $\mathbb{E}^n$
- p. 91, 10 行目：$X = \lim_{n\to\infty} X_k \longmapsto X = \lim_{k\to\infty} X_k$
- p. 92, 6 行目: $= 2n \longmapsto = 2\sqrt{n}$
- p. 149, (10.5) の右辺：$\exp[X+Y] \longmapsto \exp[X,Y]$
- p. 152, 定義 10.3： 最後の文中の 2 カ所の $\mathfrak{g}$ を $\mathfrak{a}$ に修正.
- p. 153, 9 行目：

$$\exp(\phi_n(Z)) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\phi_n(X)^k}{k!} \longmapsto \exp(\phi_n(Z)) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\phi_n(Z)^k}{k!}$$

- p. 167, 問題 11.2：問題文

> 2 つの群 G, H を考える．G が H 上に左から作用 ρ により作用しているとする．このとき積集合 $G\times H$ に次のようにして積 $*_\rho$ を定めることができる：
>
> $$(g_1,h_1) *_\rho (g_2,h_2) = (g_1g_2, h_1\rho(g_1,h_2)), \quad g_1,g_2\in G, h_1,h_2\in H$$

に次のように加筆する.

> 2 つの群 G, H を考える．G が H 上に左から作用 ρ により作用し
>
> $$\rho(g,h_1)\rho(g,h_2) = \rho(g,h_1h_2), \quad g\in G, \quad h_1,h_2\in H$$
>
> をみたしているとする．このとき積集合 $G\times H$ に次のようにして積 $*_\rho$ を定めることができる：
>
> $$(g_1,h_1) *_\rho (g_2,h_2) = (g_1g_2, h_1\rho(g_1,h_2)), \quad g_1,g_2\in G, h_1,h_2\in H$$

- p. 194：定義 12.1,

> 有限次元リー環 $\mathfrak{g}$ において
>
> $$\mathfrak{u} = \{X\in\mathfrak{g} \mid \mathrm{tr}\,\mathrm{ad}(X) = 0\}$$
>
> でイデアル $\mathfrak{u}$ を定め $\mathfrak{g}$ の**ユニモデュラー核**（unimodular kernel）とよぶ．$\mathfrak{D}\mathfrak{g}\subset\mathfrak{u}$ であることに注意. $\mathfrak{u}=\{0\}$ のとき $\mathfrak{g}$ は**ユニモデュラー**（unimodular）であるという.

を次のものに差し替える（この本ではイデアルおよび $\mathfrak{D}\mathfrak{g}$ の定義が与えられていないため).

有限次元リー環 $\mathfrak{g}$ において

$$\mathfrak{u} = \{X \in \mathfrak{g} \mid \mathrm{tr}\,\mathrm{ad}(X) = 0\}$$

を $\mathfrak{g}$ の**ユニモデュラー核**（unimodular kernel）とよぶ[a]．$\mathfrak{u} = \mathfrak{g}$ のとき $\mathfrak{g}$ は**ユニモデュラー**（unimodular）であるという．

[a] $\mathfrak{u}$ はイデアルである（『リー環』定義 2.8）．また $\mathfrak{u}$ の導来環 $\mathfrak{D}\mathfrak{g}$ は $\mathfrak{D}\mathfrak{g} \subset \mathfrak{u}$ をみたす（『リー環』p. 53）．

- p. 214：VII_h のリーマン計量：$\mathrm{d}x^2 + e^{-2x}\mathrm{d}y^2 + e^{-2qx}\mathrm{d}z^2$ を

$$\begin{aligned}\mathrm{d}x^2 &+ e^{-qx}\left\{\left(\cos\frac{\sqrt{4-q^2}\,x}{2} + \frac{q}{2}\sin\frac{\sqrt{4-q^2}\,x}{2}\right)\mathrm{d}y + \frac{2}{\sqrt{4-q^2}}\sin\frac{\sqrt{4-q^2}\,x}{2}\,\mathrm{d}z\right\}^2\\ &+ e^{-qx}\left\{\left(\cos\frac{\sqrt{4-q^2}\,x}{2} - \frac{q}{2}\sin\frac{\sqrt{4-q^2}\,x}{2}\right)\mathrm{d}z - \frac{2}{\sqrt{4-q^2}}\sin\frac{\sqrt{4-q^2}\,x}{2}\,\mathrm{d}y\right\}^2\end{aligned}$$

に訂正．

2019 年 6 月に開催した『やさしいリー群』（書泉グランデ）の受講生からの質問を反映した改善も含みます（受講してくださった皆様に感謝）．

誤植のご指摘と改善案をご教示いただいた井川治先生（京都工芸繊維大学），藤田玄先生（日本女子大学），桂法称先生（東京大学）にも御礼申し上げます．